

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6
Глава 1	
Вывод основных уравнений математической физики.	9
1.1. Уравнения малых поперечных колебаний струны.	9
1.2. Уравнения теплопроводности и диффузии	12
1.3. Уравнения гидродинамики и акустики	15
1.3.1. Система уравнений гидродинамики	15
1.3.2. Уравнения акустики.	21
1.4. Уравнения для напряженностей электрического и магнитного поля в вакууме	24
Глава 2	
Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных 2-го порядка и постановка основных задач математи- ческой физики	26
2.1. Классификация линейных относительно старших производных дифференциальных уравнений 2-го порядка	27
2.2. Приведение дифференциальных уравнений 2-го порядка с двумя независимыми переменными к каноническому виду	30
2.3. Постановка основных краевых задач математической физики . . .	34
2.3.1. Выбор функции, вывод уравнения, задание дополнительных условий (начальных и граничных).	34
2.3.2. Классификация краевых задач	34
2.3.3. Примеры постановки краевых задач	37
2.3.4. Условия сопряжения как краевые условия	38
2.3.5. Роль характеристик в постановке краевых задач	40
2.4. Корректность постановки задач математической физики	44
2.4.1. Существование и единственность решения, непрерывная за- висимость решения от исходных данных	44

Глава 3

Метод характеристик	46
3.1. Решение задачи Коши для одномерного волнового уравнения . . .	46
3.1.1. Формула Даламбера. Область зависимости решения от начальных данных.	46
3.1.2. Устойчивость решения. Обобщенное решение	48
3.2. Решение краевых задач на полупрямой	50
3.2.1. Однородные краевые задачи. Отражение волн на закрепленных и свободных концах.	50
3.2.2. Задача о распространении краевого режима на полупрямой	51
3.3. Решение задачи Коши для трехмерного и двумерного волнового уравнения.	52
3.3.1. Решение задачи Коши для сферически-симметричного случая	52
3.3.2. Формула Кирхгофа	54
3.3.3. Двумерный случай	55
3.3.4. Принцип Дюамеля для решения неоднородного уравнения	57
3.3.5. Физическая интерпретация формулы Кирхгофа	58

Глава 4

Метод Фурье	61
4.1. Решение задачи о колебаниях струны с закрепленными концами . . .	61
4.2. Сущность метода Фурье. Постановка задачи Штурма—Лиувилля. . .	67
4.2.1. Самосопряженные операторы	69
4.2.2. Формулы Грина	72
4.2.3. Самосопряженность оператора $M = -\rho^{-1}L$, $L = \operatorname{div}(k \operatorname{grad}) - q(x)$	73
4.3. Решение однородной краевой задачи	74
4.4. Элементарное введение в теорию обобщенных функций	77
4.4.1. Понятие дельта-функции Дирака	77
4.4.2. Обобщенные функции как функционалы	83
4.5. Решение неоднородных краевых задач	84
4.5.1. Неоднородность в уравнении и в начальных условиях	84
4.5.2. Неоднородность в начальных и граничных условиях	86
4.5.3. Распространение краевого режима	87
4.6. Применение метода Фурье к решению краевых задач для эллиптических уравнений.	89
4.7. Метод Фурье для задач с сосредоточенным источником	92

Глава 5

Метод функций Грина	98
5.1. Использование обобщенного принципа суперпозиции при решении однородных уравнений	98
5.1.1. Обобщенный принцип суперпозиции	98
5.1.2. Интеграл Фурье	100
5.1.3. Решение задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности на бесконечной прямой	101
5.1.4. Сведение задачи Коши к построению функции Грина	103
5.1.5. Построение функции Грина с помощью интегрального преобразования Фурье. Физический смысл функции Грина	104
5.2. Метод функций Грина для параболических уравнений	107
5.2.1. Решение задачи Коши для однородного и неоднородного уравнения теплопроводности	107
5.2.2. Решение задачи на полупрямой	111
5.2.3. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности (трехмерный случай).	112
5.2.4. Принцип максимума для решений уравнения теплопроводности.	115
5.3. Метод функций Грина для уравнений эллиптического типа.	117
5.3.1. Фундаментальные решения уравнения Лапласа	117
5.3.2. Простейшие свойства гармонических функций	119
5.3.3. Теорема о наибольшем и наименьшем значении	121
5.3.4. Сущность метода функций Грина	122
5.3.5. Некоторые свойства функций Грина	124
5.3.6. Функция Грина одномерной краевой задачи	127