

Оглавление

Предисловие.....	3
Глава 1. Дифференциальные уравнения и их классификация.....	7
1. Основные понятия и определения	7
1.1. Дифференциальные уравнения и их классификация (7). 1.2. Системы дифференциальных уравнений (11). 1.3. Уравнения с частными производными (14).	
2. Прикладные задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям	16
2.1. Радиоактивный распад (16). 2.2. Движение материальной точки (17). 2.3. Процесс теплопереноса (18).	
Глава 2. Методы решения уравнений первого порядка.....	21
1. Предварительный анализ уравнений. Поле направлений и изоклины.....	21
1.1. Уравнения первого порядка. Общая характеристика (21). 1.2. Геометрический смысл уравнения (23).	
2. Элементарные методы интегрирования.....	24
2.1. Метод разделения переменных (25). 2.2. Однородные уравнения (26). 2.3. Уравнения, приводящиеся к однородным (27). 2.4. Линейные уравнения (29). 2.5. Уравнения, приводящиеся к линейным (32).	
3. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель	33
3.1. Уравнения в полных дифференциалах (33). 3.2. Интегрирующий множитель (36).	
4. Нелинейные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения	39
4.1 Общие замечания о нелинейных уравнениях (39). 4.2. Уравнения, не содержащие одной из переменных 41. 4.3. Общий метод введения параметра (43). 4.4. Уравнения Лагранжа (44). 4.5. Уравнения Клеро (46).	
5. Два способа построения особого решения	47
6. Уравнение Риккати	51
6.1. Общие свойства решений (51). 6.2. Примеры интегрируемых уравнений Риккати (54). 6.3. Один замечательный пример уравнения Риккати (55).	
7. Свойства решений уравнений Риккати	58
Глава 3. Основы теории уравнений высших порядков.....	67
1. Уравнения высших порядков. Основные определения	67
2. Уравнения, решаемые в квадратурах.....	70
2.1. Уравнение $y^{(n)} = f(x)$ (70). 2.2. Уравнение $y^{(n)} = f(y^{(n-1)})$ (73). 2.3. Уравнение $F(y^{(n)}, y^{(n-1)}) = 0$ (73).	
3. Решение линейных однородных уравнений высших порядков.....	74
3.1. Общие свойства однородных уравнений (74). 3.2. Решение линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами (79).	

4. Решение линейных неоднородных уравнений.....	83
4.1. Структура общего решения (83). 4.2. Построение частного решения (84).	
4.3. Неоднородное уравнение с постоянными коэффициентами (86). 4.4. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с постоянными коэффициентами (90).	
5. Уравнения второго порядка. Функция Грина.....	92
5.1. Стандартная форма уравнения (92). 5.2. Краевая задача и функция Грина (94). 5.3. Краевая задача для неоднородного уравнения (96). 5.4. Проблема собственных значений и интегральные уравнения (99).	
6. Аналитические решения уравнения второго порядка.....	101
6.1. Уравнения с колеблющимися решениями (101). 6.2. Интегрирование уравнения с помощью степенных рядов (103).	
7. Промежуточный интеграл. Уравнения, допускающие понижение порядка.....	106
7.1. Промежуточный интеграл (106). 7.2. Уравнения, допускающие понижение порядка (106).	
Глава 4. Системы дифференциальных уравнений.....	111
1. Системы линейных уравнений.....	111
1.1. Основные понятия и определения (111). 1.2. Системы линейных однородных уравнений (114).	
2. Системы линейных однородных уравнений с постоянными коэффициентами.....	118
2.1. Алгебраический способ решения (119). 2.2. Применение функций от матриц (123).	
3. Системы линейных неоднородных уравнений.....	130
4. Теорема существования и единственности решения.....	133
4.1. Теорема Коши (133). 4.2. Основные следствия (137). 4.3. Теорема Коши для линейных систем (139).	
5. Зависимость решения от параметров.....	141
6. Нелинейные системы уравнений первого порядка.....	145
6.1. Основные свойства системы в нормальной форме (146). 6.2. Фазовое пространство и фазовые траектории (150). 6.3. Интегралы системы дифференциальных уравнений (152). 6.4. Понижение порядка системы с помощью первых интегралов (153). 6.5. Симметричная форма системы уравнений (154). 6.6. Точки покоя системы второго порядка. Классификация особых точек (156).	
7. Уравнения Риккати и линейные системы второго порядка.....	162
7.1 Уравнения Риккати и линейные системы (162). 7.2. Системы уравнений Риккати (163).	
Глава 5. Матричные дифференциальные уравнения.....	167
1. Матричные многочленные уравнения.....	167
1.1. Уравнение $AX - XB = \theta$ (167). 1.2. Перестановочные матрицы (172). 1.3. Решение линейного неоднородного уравнения (174). 1.4. Скалярное уравнение (175). 1.5. Полиномиальное уравнение (176).	
2. Квадратный корень из матрицы.....	177
2.1. Уравнение с жордановой матрицей (178). 2.2. Уравнение с особенной матрицей (182).	
3. Линейное дифференциальное уравнение.....	188
3.1. Однородное уравнение (188). 3.2. Неоднородное уравнение (191). 3.3. Частное решение неоднородного уравнения. Формула Коши (192). 3.4. Уравнение Бернулли (194).	
4. Матричное дифференциальное уравнение Риккати.....	195
4.1 Простейшие свойства решений (195). 4.2. Уравнение с постоянными коэффициентами (198). 4.3. Существование решения (201).	
5. Уравнение Риккати в методе прогонки.....	204

5.1. Краевая задача для скалярного дифференциального уравнения (204).	
5.2. Краевая задача для векторного дифференциального уравнения (207).	
6. Уравнение Риккати в теории управления	210
6.1. Задача об аналитическом конструировании регуляторов и об оптимальной стабилизации (210). 6.2. Оптимальный фильтр Калмана-Бьюси (215).	
Глава 6. Периодические решения нелинейных систем дифференциальных уравнений	221
1. Периодические решения автономных нелинейных систем	221
1.1. Периодические решения квазилинейных автономных систем (222). 1.2. Метод А.Н. Крылова (226). 1.3. Метод Ван-дер-Поля (229). 1.4. Метод Крылова-Боголюбова (234).	
2. Метод гармонической линеаризации	235
3. Вынужденные колебания нелинейных систем	240
3.1. Метод Пуанкаре (240). 3.2. Особый случай (243).	
Глава 7. Уравнения с разрывной правой частью	247
1. Вводные замечания. Примеры	247
2. Уравнения с правой частью, разрывной по t	252
2.1. Уравнения Каратеодори (252). 2.2. Свойства решений (254). 2.3. Линейные уравнения (258).	
3. Уравнения с обобщенными функциями	259
3.1. Обобщенные функции входят в виде слагаемых (259). 3.2. Линейные уравнения n -го порядка (262). 3.3. Линейные уравнения с переменными коэффициентами (264). 3.4. Системы уравнений с обобщенными функциями (265).	
4. Выпуклые множества и выпуклые функции	266
4.1. Гиперповерхности (266). 4.2. Выпуклые множества (268). 4.3. Многочисленные функции (270).	
5. Уравнения с разрывной правой частью	272
6. Дифференциальные включения. Скользящие режимы	278
6.1. Основные теоремы о дифференциальных включениях (278).	
Глава 8. Основы теории устойчивости	281
1. Устойчивость по Ляпунову. Основные определения	281
2. Устойчивость линейных систем	285
2.1. Общие теоремы об устойчивости линейных нестационарных систем (285). 2.2. Устойчивость линейных стационарных систем (287). 2.3. Устойчивость линейных нестационарных систем (290).	
3. Устойчивость специальных линейных систем	295
3.1. Линейные системы с периодическими коэффициентами (295). 3.2. Линейные системы с почти постоянной матрицей (299).	
4. Критерии устойчивости	302
4.1. Критерий Гурвица. Область устойчивости (303). 4.2. Критерий Михайлова (305).	
5. Устойчивость нелинейных систем	308
5.1. Функции Ляпунова (308). 5.2. Теоремы Ляпунова (310). 5.3. Обобщения теорем Ляпунова (315).	
6. Устойчивость по первому приближению	320
6.1. Теоремы Ляпунова (321).	
Глава 9. Уравнения с частными производными первого порядка	327
1. Основные задачи интегрирования уравнений с частными производными	327
2. Линейные однородные уравнения первого порядка	330
2.1. Общее решение (330). 2.2. Задача Коши (333).	

3. Квазилинейные уравнения	335
3.1. Случай двух независимых переменных (335). 3.2. Задача Коши для уравнения с двумя независимыми переменными (337). 3.3. Квазилинейные уравнения. Общий случай (338). 3.4. Решение задачи Коши (342).	
4. Системы двух уравнений первого порядка	343
4.1. Условия разрешимости (343). 4.2. Построение решения (344).	
5. Уравнение Пфаффа	348
5.1. Построение двумерного интегрального многообразия (348). 5.2. Не вполне интегрируемое уравнение Пфаффа (351). 5.3. Пфаффовы формы (351).	
Глава 10. Групповой анализ дифференциальных уравнений	355
1. Группы точечных преобразований	355
1.1. Основные определения и теоремы теории групп Ли (356). 1.2. Инфинитезимальный оператор и инварианты группы (359). 1.3. Продолжение группы и инфинитезимального оператора (366).	
2. Интегрирование уравнения, допускающего группу	367
2.1. Уравнения, допускающие группу (367). 2.2. Интегрирование уравнения первого порядка (368). 2.3. Интегрирование уравнения второго порядка (372). 2.4. Определяющее уравнение. Алгебра Ли (373).	
3. Фундаментальная система решений	378
4. Уравнения второго порядка и двупараметрические группы	381
4.1. Разрешимые алгебры Ли (381). 4.2. Структурные особенности двумерных алгебр (382). 4.3. Интегрирование уравнений, допускающих двумерную алгебру (385). Заключение (387).	
Приложение. Теорема Коши. Особые точки, особые решения ...	389
Введение	389
1. Теорема Коши, общие и особые решения	391
1.1. Уравнения в нормальной форме Коши и их общие решения (391). 1.2. Особые решения (395). 1.3. Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной (396).	
2. Уравнения с разрывной правой частью	400
2.1. Уравнения с разрывной правой частью по независимой переменной (400). 2.2. Уравнения с обобщенными функциями (403). 2.3. Линейные уравнения с переменными коэффициентами (404). 2.4. Системы уравнений с обобщенными функциями (406). 2.5. Уравнения с разрывной правой частью по фазовым переменным (407). 2.6. Гиперповерхности (408). 2.7. Выпуклые множества (409). 2.8. Многозначные функции (410).	
3. Дифференциальные включения	412
3.1. Основные теоремы о дифференциальных включениях (412). 3.2. Примеры (415).	
4. Особые точки и точки покоя	419
4.1. Особые точки дифференциальных уравнений (419). 4.2. Стационарные множества дифференциальных включений (421).	
5. Уравнения с частными производными первого порядка	422
5.1. Интегралы системы дифференциальных уравнений (423). 5.2. Общее решение линейного однородного уравнения (426). 5.3. Задача Коши для линейного однородного уравнения (428). 5.4. Квазилинейные уравнения (430). 5.5. Задача Коши для квазилинейного уравнения (436).	
Список литературы	438
Предметный указатель	441