

Оглавление

Глава 0. Введение	7
Глава 1. Предварительные сведения	10
§ 1.1. Комплексные проективные пространства	11
§ 1.2. Топология проективного пространства	12
§ 1.3. Двумерные поверхности	13
§ 1.4. Склейка двумерных поверхностей из многоугольников	14
§ 1.5. Накрытия	16
§ 1.6. Разветвленные накрытия	18
§ 1.7. Формула Римана—Гурвица	20
Глава 2. Алгебраические кривые	23
§ 2.1. Плоские алгебраические кривые	23
§ 2.2. Теорема Безу и ее приложения	30
§ 2.3. Рациональная параметризация	39
Глава 3. Комплексная структура и топология кривых	45
§ 3.1. Комплексная структура на кривой	45
§ 3.2. Род гладкой плоской кривой	47
§ 3.3. Гессиан и точки перегиба	54
§ 3.4. Гиперэллиптические кривые	56
§ 3.5. Поднятие комплексной структуры	58
§ 3.6. Факторкривая	60
§ 3.7. Мероморфные функции	61
Глава 4. Кривые в проективных пространствах	65
§ 4.1. Определение и примеры	65
§ 4.2. Вложения и погружения кривых	69
Глава 5. Формулы Плюккера	73
§ 5.1. Проективная двойственность	73
§ 5.2. Формулы Плюккера для неособых кривых	79
§ 5.3. Формулы Плюккера для особых кривых	80
§ 5.4. Многоугольники Ньютона	84
Глава 6. Отображения кривых	86
§ 6.1. Автоморфизмы сферы Римана	86
§ 6.2. Отображения эллиптических кривых	87
§ 6.3. Модули эллиптических кривых	90
§ 6.4. Решетки и кубические кривые	93
§ 6.5. Снова j -инвариант	98
§ 6.6. Автоморфизмы эллиптических кривых и теорема Понселе	102

§ 6.7. Автоморфизмы кривых старших родов. Теорема Гурвица . . .	104
Глава 7. Дифференциальные 1-формы на кривых	109
§ 7.1. Касательное и кокасательное расслоения	109
§ 7.2. Как задавать векторные поля и дифференциальные формы . .	112
§ 7.3. Размерность пространства голоморфных 1-форм на плоской кривой	115
§ 7.4. Интегрирование 1-форм	118
§ 7.5. Размерность пространства голоморфных 1-форм на кривой с особыми точками	120
§ 7.6. Вычеты и интегралы от мероморфных 1-форм	121
Глава 8. Линейные расслоения, линейные системы и дивизоры	123
§ 8.1. Дивизор мероморфного сечения линейного расслоения	123
§ 8.2. Степень дивизора и степень расслоения	125
§ 8.3. Тавтологическое линейное расслоение над проективной прямой	127
§ 8.4. Восстановление линейного расслоения по классу дивизора . .	128
§ 8.5. Отображения кривых в проективное пространство, связанные с линейными расслоениями	130
§ 8.6. Линейные системы и отображения кривых	131
Глава 9. Формула Римана—Роха и ее приложения	134
§ 9.1. Задача Миттаг-Леффлера	134
§ 9.2. Рациональная кривая	138
§ 9.3. Эллиптические кривые	138
§ 9.4. Гиперэллиптические кривые и кривые рода 2	140
§ 9.5. Вычисление Римана	142
§ 9.6. Кривые родов 3, 4 и 5	144
Глава 10. Доказательство формулы Римана—Роха	147
§ 10.1. Доказательство	147
§ 10.2. Дивизоры на канонической кривой	151
Глава 11. Точки Вейерштрасса	153
§ 11.1. Определение точек Вейерштрасса	153
§ 11.2. Точки Вейерштрасса кривых рода 3 и точки перегиба плоских кватрик	155
§ 11.3. Веса точек Вейерштрасса	156
§ 11.4. Точки Вейерштрасса и конечность группы автоморфизмов .	160
Глава 12. Теорема Абеля	162
§ 12.1. Якобиан	162
§ 12.2. Доказательство необходимости	165
§ 12.3. Начало доказательства достаточности	166
§ 12.4. Абелевы дифференциалы первого, второго и третьего рода .	167

§ 12.5. Билинейные соотношения Римана	169
§ 12.6. Завершение доказательства достаточности	171
§ 12.7. Доказательство теоремы обращения Якоби	174
§ 12.8. θ -дивизор и θ -функции	180
Глава 13. Примеры пространств модулей	181
§ 13.1. Первые примеры	181
§ 13.2. Пространство $\mathcal{M}_{1,1}$	183
§ 13.3. Универсальная кривая над $\mathcal{M}_{1,1}$	184
§ 13.4. Когомологии пространства $\mathcal{M}_{1,1}$	186
Глава 14. Подходы к построению пространств модулей	188
§ 14.1. Требования к пространству модулей	188
§ 14.2. Наивная попытка построения пространства модулей	190
§ 14.3. Многочлен Гильберта	192
§ 14.4. Схемы Гильберта	196
§ 14.5. Плуриканонические вложения	197
§ 14.6. Факторизация по действию группы проективных преобразований и стабильность	198
§ 14.7. Пространства модулей кривых с отмеченными точками	201
Глава 15. Пространства модулей рациональных кривых с отмеченными точками	204
§ 15.1. Конструкция Капранова	205
§ 15.2. Компактификация пространства модулей	207
§ 15.3. Многочлены Пуанкаре пространств модулей	211
§ 15.4. Компактифицированные пространства: когомологии по Киллю	216
§ 15.5. Компактифицированные пространства: когомологии по Концевичу—Манину	222
Глава 16. Стабильные кривые	224
§ 16.1. Определение и примеры стабильных кривых	224
§ 16.2. Род нодальной кривой	227
§ 16.3. Вырождения гладких кривых	229
§ 16.4. Компактификация пространств модулей стабильными кривыми и плуриканонические вложения	230
Глава 17. Взгляд назад с точки зрения характеристических классов	234
§ 17.1. Первый класс Черна линейного расслоения	234
§ 17.2. Классы Черна векторных расслоений	235
§ 17.3. Другие подходы к определению классов Черна	241
§ 17.4. Род гладкой плоской кривой	243
§ 17.5. Род полного пересечения	245
§ 17.6. Формулы Плюккера	246

Глава 18. Пространства модулей стабильных отображений	248
§ 18.1. Рациональные кривые на плоскости	248
§ 18.2. Пространства модулей стабильных отображений	251
§ 18.3. Квантовые когомологии и уравнение ассоциативности	254
Глава 19. Задачи к экзаменам	258
§ 19.1. 1 семестр	259
§ 19.2. Вопросы к экзамену	263
§ 19.3. 2 семестр	264
§ 19.4. Вопросы к экзамену	267
Литература	268
Предметный указатель	269