

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	10
Основные обозначения	11
Глава 1. Множество действительных чисел	12
§ 1.1. Аксиоматика	12
§ 1.2. Верхние и нижние грани числовых множеств	14
§ 1.3. Система вложенных отрезков	16
§ 1.4. Связь между различными принципами непрерывности	17
§ 1.5. Счётные и несчётные множества	18
Глава 2. Предел последовательности	21
§ 2.1. Определение предела последовательности	21
§ 2.2. Свойства пределов, связанные с неравенствами	23
§ 2.3. Свойства пределов, связанные с арифметическими операциями	24
§ 2.4. Предел монотонной последовательности	25
§ 2.5. Число e	26
§ 2.6. Подпоследовательности	27
§ 2.7. Теорема Больцано–Вейерштрасса	29
§ 2.8. Критерий Коши	30
§ 2.9. Изображение действительных чисел бесконечными десятичными дробями	31
Глава 3. Предел функции	36
§ 3.1. Понятие функции	36
§ 3.2. Элементарные функции и их классификация	37
§ 3.3. Понятие предела функции	38

§ 3.4. Свойства пределов функции	40
§ 3.5. Критерий Коши	41
§ 3.6. Односторонние пределы	42
§ 3.7. Пределы монотонных функций	43
§ 3.8. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение функций	44
Глава 4. Непрерывные функции	47
§ 4.1. Непрерывность функции в точке	47
§ 4.2. Предел и непрерывность сложной функции	48
§ 4.3. Односторонняя непрерывность и точки разрыва	49
§ 4.4. Свойства функций, непрерывных на отрезке	50
§ 4.5. Обратные функции	52
§ 4.6. Показательная функция	55
§ 4.7. Логарифмическая и степенная функции	59
§ 4.8. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции	60
§ 4.9. Некоторые замечательные пределы	61
Глава 5. Производные и дифференциалы	65
§ 5.1. Производная	65
§ 5.2. Дифференциал	66
§ 5.3. Геометрический смысл производной и дифференциала	67
§ 5.4. Производная обратной функции	70
§ 5.5. Производная сложной функции	71
§ 5.6. Производные и дифференциалы высших порядков	73
Глава 6. Свойства дифференцируемых функций	77
§ 6.1. Теоремы о среднем	77
§ 6.2. Формула Тейлора	79
§ 6.3. Раскрытие неопределённостей (правило Лопиталья)	84
Глава 7. Исследование поведения функций	88
§ 7.1. Монотонность и экстремумы функции	88
§ 7.2. Выпуклость и точки перегиба	90

§ 7.3. Асимптоты	93
§ 7.4. Построение графика функции	94
Глава 8. Кривые в трёхмерном пространстве	96
§ 8.1. Векторнозначные функции	96
§ 8.2. Кривая	101
§ 8.3. Длина дуги кривой	104
§ 8.4. Кривизна, главная нормаль, соприкасающаяся плоскость	106
Глава 9. Неопределённый интеграл	112
§ 9.1. Первообразная и неопределённый интеграл	112
§ 9.2. Методы интегрирования	114
§ 9.3. Комплексные числа	115
§ 9.4. Разложение многочлена на множители	117
§ 9.5. Разложение правильных рациональных дробей на простейшие	119
§ 9.6. Интегрирование рациональных дробей	121
§ 9.7. Интегрирование некоторых иррациональных функций	123
Глава 10. Функции многих переменных	127
§ 10.1. Метрическое пространство $\mathbb{R}^n$	127
§ 10.2. Открытые и замкнутые множества	131
§ 10.3. Предел функции многих переменных	135
§ 10.4. Функции, непрерывные в точке	138
§ 10.5. Функции, непрерывные на множестве	140
Глава 11. Дифференциальное исчисление функций многих переменных	144
§ 11.1. Частные производные и дифференцируемость функций многих переменных	144
§ 11.2. Геометрический смысл дифференциала функции и частных производных	149
§ 11.3. Дифференцируемость сложной функции	150
§ 11.4. Производная по направлению и градиент	153
§ 11.5. Частные производные и дифференциалы высших порядков	154
§ 11.6. Формула Тейлора	159

Глава 12. Неявные функции	162
§ 12.1. Неявные функции, определяемые одним уравнением	162
§ 12.2. Система неявных функций	167
§ 12.3. Дифференцируемые отображения	171
Глава 13. Экстремумы функций многих переменных	176
§ 13.1. Локальный экстремум	176
§ 13.2. Условный локальный экстремум	181
Глава 14. Определённый интеграл	188
§ 14.1. Понятие определённого интеграла	188
§ 14.2. Критерий интегрируемости функции	190
§ 14.3. Свойства интегрируемых функций	195
§ 14.4. Связь между определённым и неопределённым интегралами	200
§ 14.5. Замена переменного и интегрирование по частям	203
§ 14.6. Приложения определённого интеграла	205
§ 14.7. Несобственные интегралы	211
§ 14.8. Приближение интегрируемых функций ступенчатыми и непрерывными	220
Глава 15. Числовые ряды	225
§ 15.1. Сходимость числового ряда	225
§ 15.2. Числовые ряды с неотрицательными членами	227
§ 15.3. Абсолютно сходящиеся ряды	233
§ 15.4. Сходящиеся знакопеременные ряды	236
§ 15.5. Последовательности и ряды с комплексными членами	241
Глава 16. Функциональные последовательности и ряды	243
§ 16.1. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов	243
§ 16.2. Признаки равномерной сходимости рядов	247
§ 16.3. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов	251

Глава 17. Степенные ряды	255
§ 17.1. Свойства степенных рядов	255
§ 17.2. Аналитические функции	259
§ 17.3. Разложение функций в ряд Тейлора	260
§ 17.4. Функции e^z , $\sin z$, $\cos z$ комплексного переменного	267
Глава 18. Мера множеств в метрическом пространстве $\mathbb{R}^n$	271
§ 18.1. Определение меры по Жордану	271
§ 18.2. Свойства множеств, измеримых по Жордану	275
Глава 19. Кратные интегралы	281
§ 19.1. Определение кратного интеграла и критерий интегрируемости функции	281
§ 19.2. Свойства кратного интеграла	286
§ 19.3. Сведение кратного интеграла к повторному	289
§ 19.4. Геометрический смысл модуля якобиана отображения	293
§ 19.5. Замена переменных в кратном интеграле	297
Глава 20. Криволинейные интегралы	304
§ 20.1. Криволинейные интегралы первого рода	304
§ 20.2. Криволинейные интегралы второго рода	306
§ 20.3. Формула Грина	311
§ 20.4. Геометрический смысл знака якобиана плоского отображения	322
§ 20.5. Потенциальные векторные поля	326
Глава 21. Элементы теории поверхностей	332
§ 21.1. Гладкие поверхности	332
§ 21.2. Касательная плоскость и нормальная прямая	335
§ 21.3. Преобразование параметров гладкой поверхности	337
§ 21.4. Ориентация гладкой поверхности	338
§ 21.5. Первая квадратичная форма гладкой поверхности	339
§ 21.6. Неявно заданные гладкие поверхности	340
§ 21.7. Кусочно-гладкие поверхности	341

Глава 22. Поверхностные интегралы	346
§ 22.1. Поверхностные интегралы первого рода	346
§ 22.2. Поверхностные интегралы второго рода	349
Глава 23. Скалярные и векторные поля	351
§ 23.1. Основные скалярные и векторные поля	351
§ 23.2. Формула Гаусса–Остроградского	353
§ 23.3. Формула Стокса	358
§ 23.4. Потенциальные векторные поля (продолжение)	361
Глава 24. Тригонометрические ряды Фурье	365
§ 24.1. Определение ряда Фурье и принцип локализации	365
§ 24.2. Сходимость ряда Фурье	370
§ 24.3. Приближение непрерывных функций многочленами	378
§ 24.4. Почленное дифференцирование и интегрирование; убыва- ние коэффициентов и остатка ряда Фурье	381
§ 24.5. Ряды Фурье $2l$ -периодических функций. Комплексная фор- ма рядов Фурье	390
Глава 25. Метрические, нормированные и гильбертовы пространства	393
§ 25.1. Метрические и нормированные пространства	393
§ 25.2. Пространства CL_1 , CL_2 , RL_1 , RL_2 , L_1 , L_2	399
§ 25.3. Евклидовы и гильбертовы пространства	406
§ 25.4. Ортогональные системы и ряды Фурье по ним	410
Глава 26. Интегралы, зависящие от параметра	422
§ 26.1. Интегралы Римана, зависящие от параметра	422
§ 26.2. Равномерная сходимость функции на множестве	426
§ 26.3. Несобственные интегралы, зависящие от параметра	428
Глава 27. Интеграл Фурье и преобразование Фурье	439
§ 27.1. Интеграл Фурье	439
§ 27.2. Преобразование Фурье	445

Глава 28. Обобщённые функции	449
§ 28.1. Пространства D и D' основных и обобщённых функций	449
§ 28.2. Дифференцирование обобщённых функций	453
§ 28.3. Пространства S и S' основных и обобщённых функций	455
Приложение	459
Производные основных элементарных функций	459
Простейшие неопределённые интегралы	460
Формулы Тейлора для основных элементарных функций	461
Предметный указатель	462