

# ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                                                                                   |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Предисловие . . . . .                                                                                                                             | 6   |
| Глава I. Введение в анализ . . . . .                                                                                                              | 7   |
| § 1. Переменные величины и функции, их обозначение . . . . .                                                                                      | 7   |
| § 2. Область определения (существования) функции . . . . .                                                                                        | 12  |
| § 3. Построение графика функции по точкам . . . . .                                                                                               | 14  |
| § 4. Построение графика функции путем сдвига и деформации известного графика другой функции . . . . .                                             | 20  |
| § 5. Переменная как упорядоченное числовое множество. Предел переменной. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Предел функции . . . . . | 23  |
| § 6. Теоремы о бесконечно малых и о пределах . . . . .                                                                                            | 30  |
| § 7. Вычисление пределов . . . . .                                                                                                                | 33  |
| § 8. Смешанные задачи на нахождение пределов . . . . .                                                                                            | 45  |
| § 9. Сравнение бесконечно малых . . . . .                                                                                                         | 46  |
| § 10. Непрерывность и точки разрыва функции . . . . .                                                                                             | 48  |
| Глава II. Производная и дифференциал функции . . . . .                                                                                            | 57  |
| § 1. Производная функции и ее геометрическое значение. Непосредственное нахождение производной . . . . .                                          | 57  |
| § 2. Производные простейших алгебраических и тригонометрических функций . . . . .                                                                 | 60  |
| § 3. Производная сложной функции . . . . .                                                                                                        | 63  |
| § 4. Производные показательных и логарифмических функций . . . . .                                                                                | 66  |
| § 5. Производные обратных тригонометрических функций . . . . .                                                                                    | 67  |
| § 6. Смешанные задачи на дифференцирование . . . . .                                                                                              | 69  |
| § 7. Логарифмическое дифференцирование . . . . .                                                                                                  | 71  |
| § 8. Производные высших порядков . . . . .                                                                                                        | 73  |
| § 9. Производные неявной функции . . . . .                                                                                                        | 75  |
| § 10. Производные от функции, заданной параметрически . . . . .                                                                                   | 78  |
| § 11. Касательная и нормаль к плоской кривой. Угол между двумя кривыми . . . . .                                                                  | 79  |
| § 12. Скорость изменения переменной величины. Скорость и ускорение прямолинейного движения . . . . .                                              | 85  |
| § 13. Дифференциал функции . . . . .                                                                                                              | 88  |
| § 14. Вектор-функция скалярного аргумента и ее дифференцирование. Касательная к пространственной кривой . . . . .                                 | 90  |
| § 15. Скорость и ускорение криволинейного движения . . . . .                                                                                      | 93  |
| Глава III. Исследование функций и построение их графиков . . . . .                                                                                | 95  |
| § 1. Теорема (формула) Тейлора . . . . .                                                                                                          | 95  |
| § 2. Правило Лопиталя и применение его к нахождению предела функции . . . . .                                                                     | 105 |
| § 3. Возрастание и убывание функции . . . . .                                                                                                     | 110 |
| § 4. Максимум и минимум (экстремум) функции . . . . .                                                                                             | 111 |
| § 5. Наибольшее и наименьшее значения функции . . . . .                                                                                           | 118 |
| § 6. Задачи о наибольших или наименьших значениях величин . . . . .                                                                               | 121 |
| § 7. Направление выпуклости кривой и точки перегиба . . . . .                                                                                     | 127 |
| § 8. Асимптоты . . . . .                                                                                                                          | 130 |

|                                                                                                                                                             |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| § 5. Масса, центр тяжести и моменты инерции . . . . .                                                                                                       | 281 |
| § 6. Тройной интеграл, его вычисление трехкратным интегрированием . . . . .                                                                                 | 286 |
| § 7. Вычисление величин посредством тройного интеграла . . . . .                                                                                            | 293 |
| § 8. Криволинейные интегралы, их вычисление и условие независимости от линии интегрирования . . . . .                                                       | 301 |
| § 9. Вычисление величин посредством криволинейных интегралов . . . . .                                                                                      | 307 |
| § 10. Нахождение функции по ее полному дифференциалу . . . . .                                                                                              | 311 |
| § 11. Интегралы по поверхности, их вычисление сведением к двойным интегралам . . . . .                                                                      | 313 |
| § 12. Вычисление величин посредством поверхностных интегралов . . . . .                                                                                     | 322 |
| Глава VIII. Элементы теории поля . . . . .                                                                                                                  | 328 |
| § 1. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент . . . . .                                                                                         | 328 |
| § 2. Векторное поле. Поток и дивергенция поля . . . . .                                                                                                     | 333 |
| § 3. Циркуляция и вихрь векторного поля . . . . .                                                                                                           | 338 |
| Глава IX. Ряды . . . . .                                                                                                                                    | 342 |
| § 1. Числовые ряды сходящиеся и расходящиеся. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами . . . . . | 342 |
| § 2. Абсолютная и неабсолютная сходимость знакопеременного ряда. Признак сходимости знакопеременного ряда . . . . .                                         | 347 |
| § 3. Функциональные ряды . . . . .                                                                                                                          | 350 |
| § 4. Ряды Тейлора . . . . .                                                                                                                                 | 354 |
| § 5. Действия со степенными рядами. Применение рядов к приближенным вычислениям . . . . .                                                                   | 358 |
| § 6. Числовые и степенные ряды с комплексными членами . . . . .                                                                                             | 365 |
| § 7. Ряды Фурье . . . . .                                                                                                                                   | 369 |
| § 8. Интеграл Фурье . . . . .                                                                                                                               | 382 |
| Глава X. Дифференциальные уравнения . . . . .                                                                                                               | 386 |
| § 1. Дифференциальные уравнения, их порядок, общий и частные интегралы . . . . .                                                                            | 386 |
| § 2. Уравнения с разделяющимися переменными . . . . .                                                                                                       | 389 |
| § 3. Однородные уравнения первого порядка . . . . .                                                                                                         | 391 |
| § 4. Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли . . . . .                                                                                      | 393 |
| § 5. Уравнения в полных дифференциалах . . . . .                                                                                                            | 396 |
| § 6. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка . . . . .                                                                                     | 397 |
| § 7. Линейные однородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами . . . . .                                                                   | 400 |
| § 8. Линейные неоднородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами . . . . .                                                                 | 403 |
| § 9. Смешанные задачи на интегрирование уравнений разных типов . . . . .                                                                                    | 411 |
| § 10. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям . . . . .                                                                                            | 411 |
| § 11. Метод Эйлера приближенного интегрирования уравнений первого порядка . . . . .                                                                         | 425 |
| § 12. Интегрирование уравнений при помощи рядов . . . . .                                                                                                   | 427 |
| § 13. Системы линейных дифференциальных уравнений . . . . .                                                                                                 | 431 |
| § 14. Уравнения математической физики . . . . .                                                                                                             | 435 |
| Ответы . . . . .                                                                                                                                            | 443 |

|                                                                                                                                                             |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| § 5. Масса, центр тяжести и моменты инерции . . . . .                                                                                                       | 281        |
| § 6. Тройной интеграл, его вычисление трехкратным интегрированием . . . . .                                                                                 | 286        |
| § 7. Вычисление величин посредством тройного интеграла . . . . .                                                                                            | 293        |
| § 8. Криволинейные интегралы, их вычисление и условие независимости от линии интегрирования . . . . .                                                       | 301        |
| § 9. Вычисление величин посредством криволинейных интегралов . . . . .                                                                                      | 307        |
| § 10. Нахождение функции по ее полному дифференциалу . . . . .                                                                                              | 311        |
| § 11. Интегралы по поверхности, их вычисление сведением к двойным интегралам . . . . .                                                                      | 313        |
| § 12. Вычисление величин посредством поверхностных интегралов . . . . .                                                                                     | 322        |
| <b>Глава VIII. Элементы теории поля . . . . .</b>                                                                                                           | <b>328</b> |
| § 1. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент . . . . .                                                                                         | 328        |
| § 2. Векторное поле. Поток и дивергенция поля . . . . .                                                                                                     | 333        |
| § 3. Циркуляция и вихрь векторного поля . . . . .                                                                                                           | 338        |
| <b>Глава IX. Ряды . . . . .</b>                                                                                                                             | <b>342</b> |
| § 1. Числовые ряды сходящиеся и расходящиеся. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами . . . . . | 342        |
| § 2. Абсолютная и неабсолютная сходимость знакопеременного ряда. Признак сходимости знакочередующегося ряда . . . . .                                       | 347        |
| § 3. Функциональные ряды . . . . .                                                                                                                          | 350        |
| § 4. Ряды Тейлора . . . . .                                                                                                                                 | 354        |
| § 5. Действия со степенными рядами. Применение рядов к приближенным вычислениям . . . . .                                                                   | 358        |
| § 6. Числовые и степенные ряды с комплексными членами . . . . .                                                                                             | 365        |
| § 7. Ряды Фурье . . . . .                                                                                                                                   | 369        |
| § 8. Интеграл Фурье . . . . .                                                                                                                               | 382        |
| <b>Глава X. Дифференциальные уравнения . . . . .</b>                                                                                                        | <b>388</b> |
| § 1. Дифференциальные уравнения, их порядок, общий и частные интегралы . . . . .                                                                            | 386        |
| § 2. Уравнения с разделяющимися переменными . . . . .                                                                                                       | 389        |
| § 3. Однородные уравнения первого порядка . . . . .                                                                                                         | 391        |
| § 4. Линейные уравнения первого порядка и уравнения Бернулли . . . . .                                                                                      | 393        |
| § 5. Уравнения в полных дифференциалах . . . . .                                                                                                            | 396        |
| § 6. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка . . . . .                                                                                     | 397        |
| § 7. Линейные однородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами . . . . .                                                                   | 400        |
| § 8. Линейные неоднородные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами . . . . .                                                                 | 403        |
| § 9. Смешанные задачи на интегрирование уравнений разных типов . . . . .                                                                                    | 411        |
| § 10. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям . . . . .                                                                                            | 411        |
| § 11. Метод Эйлера приближенного интегрирования уравнений первого порядка . . . . .                                                                         | 425        |
| § 12. Интегрирование уравнений при помощи рядов . . . . .                                                                                                   | 427        |
| § 13. Системы линейных дифференциальных уравнений . . . . .                                                                                                 | 431        |
| § 14. Уравнения математической физики . . . . .                                                                                                             | 435        |
| <b>Ответы . . . . .</b>                                                                                                                                     | <b>443</b> |