

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	9
Введение	13
Глава 1. Основные понятия теории вероятностей и теоретико-множественная модель случайных экспериментов	21
§ 1. Реальные эксперименты и их простейшее описание	21
1.1. Задание опытов на содержательном уровне (21). 1.2. Эксперимент и его интуитивное представление (24). 1.3. Классификация экспериментов (26). 1.4. Статистическая устойчивость (28). 1.5. Фундаментальные проблемы теории вероятностей (30).	
§ 2. Логические и функциональные связи между исходами реального эксперимента и их интерпретация	32
2.1. Аксиомы выбора элементарных исходов статистически устойчивого эксперимента. Случайные события и их классификация (32). 2.2. Примеры выбора описаний исходов статистически устойчивого эксперимента E (37). 2.3. Соотношения между случайными событиями (45). 2.4. Теоретико-множественные операции над случайными событиями (48). 2.5. Законы теоретико-множественных операций (52).	
§ 3. Наблюдаемые события реального эксперимента	54
3.1. Алгебра и σ -алгебра событий (54). 3.2. Методы построения теоретико-множественных моделей случайных экспериментов (57). 3.3. Теоретико-множественная модель эволюционных экспериментов (59).	
Краткий обзор	62
Контрольные вопросы и упражнения	62
Глава 2. Вероятностные модели априорных экспериментов	65
§ 1. Субъективный способ измерения шанса наступления случайных событий	65
1.1. Понятие вероятности на интуитивном уровне (65). 1.2. Отношение предпочтения между случайными событиями эксперимента и вычисление субъективной вероятности (67).	
§ 2. Определение вероятности для опытов с конечным множеством равновозможных исходов	71
2.1. Классический подход (71). 2.2. Элементы комбинаторного анализа (75). 2.3. Дискретные вероятностные модели симметричных экспериментов (88).	

§ 3. Вычисление вероятности для испытаний с несчетным числом равно- возможных исходов	100
3.1. Геометрический подход (100). 3.2. Примеры на построение адекватных вероятностных моделей для реальных эксперимен- тов (105).	
§ 4. Эмпирический и аксиоматический подходы к определению вероят- ности случайных событий	111
4.1. Свойства относительных частот исходов эксперимента и ста- тистическое определение вероятности (111). 4.2. Система аксиом Колмогорова и выбор адекватной вероятностной модели априор- ных экспериментов (113). 4.3. Простейшие свойства вероятностной функции Колмогорова (116). 4.4. Предел последовательности слу- чайных событий и аксиомы непрерывности (120).	
Краткий обзор	123
Контрольные вопросы и упражнения	124
Глава 3. Унифицированная и локализованная вероятностные мо- дели условных экспериментов	126
§ 1. Условные вероятности и их свойства	126
1.1. Описание условных экспериментов и измерение зависимости между случайными событиями (126). 1.2. Способы выбора моделей условного эксперимента (132). 1.3. Типичные ошибки при вычис- лении условных вероятностей (135).	
§ 2. Формулы и методика вычисления вероятностей	138
2.1. Связь условных и априорных вероятностей. Теорема умноже- ния (138). 2.2. Теоремы о полной вероятности и о гипотезах (142).	
§ 3. Статистически независимые события эксперимента	147
3.1. Причинная независимость исходов одного и того же эксперимента и различных экспериментов на содержательном уровне (147). 3.2. Математическое описание независимости случайных событий и его фундаментальная роль в теории вероят- ностей (150). 3.3. Типы зависимостей случайных событий (154). 3.4. Типичные ошибки при использовании основных понятий и формул теории вероятностей (158).	
Краткий обзор	166
Контрольные вопросы и упражнения	166
Глава 4. Конечная последовательность причинно-независимых испытаний	169
§ 1. Общая схема независимых испытаний	169
1.1. Метод составления вероятностной модели и его обоснова- ние (169). 1.2. Свойства общей схемы независимых испыта- ний (171).	
§ 2. Схема независимых испытаний Бернулли	174
2.1. Вычисление вероятностей событий в биномиальной схеме неза- висимых испытаний (174). 2.2. Биномиальные вероятности и их свойства (178).	

§ 3. Приближенные формулы в биномиальной схеме	181
3.1. Предельные теоремы Муавра–Лапласа (181). 3.2. Предельные теоремы Муавра–Лапласа и понятие статистической устойчивости эксперимента (194). 3.3. Предельные теоремы Пуассона (197). 3.4. Оценка погрешности при вычислениях биномиальных вероятностей (201). 3.5. Вывод формул для вероятностей событий в полиномиальной схеме независимых испытаний (208).	
Краткий обзор.	211
Контрольные вопросы и упражнения.	212
Глава 5. Простейшая форма последовательности зависимых испытаний	215
§ 1. Общая схема Маркова	215
1.1. Составление вероятностной модели схемы Маркова (215). 1.2. Свойства марковости (217). 1.3. Конструктивное задание однородной схемы Маркова (219). 1.4. Уравнение Колмогорова–Чепмена (220).	
§ 2. Эргодические и стационарные схемы Маркова	223
2.1. Свойства абсолютного распределения схемы Маркова (223). 2.2. Стационарное распределение схемы Маркова (228). 2.3. Вычисление стационарных распределений схемы Маркова (229).	
§ 3. Схемы Маркова с точки зрения эволюции реальных систем	234
3.1. Геометрическая интерпретация схемы Маркова (234). 3.2. Стандартные типы схем Маркова (237). 3.3. Разбиение пространства состояний схемы Маркова на замкнутые классы и их свойства (239). 3.4. Разбиение минимального множества всех состояний схемы Маркова на циклические подклассы (247). 3.5. Исследование асимптотического поведения общей схемы Маркова (252).	
Краткий обзор.	260
Контрольные вопросы и упражнения.	261
Глава 6. Вероятностные модели измерителей исходов статистически устойчивого эксперимента	263
§ 1. Одномерные случайные величины.	263
1.1. Измерители элементарных исходов (263). 1.2. Математические модели измерителей элементарных событий (265). 1.3. Фундаментальное значение требования измеримости для математических моделей количественных характеристик (269). 1.4. Арифметические действия и операции предельного перехода над случайными величинами (274).	
§ 2. Способы задания одномерных случайных величин.	276
2.1. Функции от случайных величин и критерий функциональной зависимости между случайными величинами (276). 2.2. Поточечное задание и задание с помощью распределений случайных величин (279). 2.3. Свойства интегральной функции распределения одномерной случайной величины (284).	

§ 3. Классификация одномерных случайных величин и их законы распределения	292
3.1. Функциональные характеристики измерителей элементарных исходов с дискретным распределением (292). 3.2. Примеры распределений дискретных случайных величин (297). 3.3. Количественные характеристики элементарных исходов с несчетным множеством значений и абсолютно непрерывным распределением (302). 3.4. Сингулярные случайные величины и нестандартные законы распределения (307). 3.5. Интеграл Римана–Стилтьеса и произвольные случайные величины (314).	
Краткий обзор	317
Контрольные вопросы и упражнения	317
Глава 7. Семейство измерителей исходов случайного эксперимента	320
§ 1. Многомерные случайные величины	320
1.1. Понятие о случайных векторах (320). 1.2. Двумерная случайная величина и свойства ее интегральной функции распределения (323). 1.3. Достаточные условия существования двумерной интегральной функции (330).	
§ 2. Зависимость и независимость количественных характеристик эксперимента	333
2.1. Независимость семейства случайных величин (333). 2.2. О критериях независимости случайных величин (337).	
§ 3. Некоторые типы двумерных случайных величин	343
3.1. Дискретные двумерные случайные величины (343). 3.2. Непрерывные двумерные случайные величины (348).	
§ 4. Законы распределения количественных характеристик условного эксперимента	355
4.1. Унифицированная вероятностная модель и условные законы распределения случайных величин (355). 4.2. Условные законы распределения случайной величины относительно значений другой случайной величины (358). 4.3. Формулы полной вероятности и Байеса для несчетного числа гипотез (366).	
Краткий обзор	369
Контрольные вопросы и упражнения	370
Глава 8. Числовые характеристики измерителей исходов случайных экспериментов	372
§ 1. Характеристики положения одномерных случайных величин	373
1.1. Математическое ожидание простой случайной величины (373). 1.2. Математическое ожидание произвольной случайной величины (377). 1.3. Свойства математического ожидания (379). 1.4. Формулы вычисления математических ожиданий (384). 1.5. Прямой метод вычисления математического ожидания (394). 1.6. Квантиль порядка p ($0 < p < 1$), медиана и мода (401).	
§ 2. Характеристики степени разброса одномерных случайных величин	408
2.1. Дисперсия, среднее квадратичное отклонение и среднее отклонение случайной величины (408). 2.2. Свойства дисперсии (411).	

2.3. Начальные и центральные моменты k -го порядка, коэффициент асимметрии, эксцесс (414).

§ 3. Характеристики положения и разброса семейства измерителей исходов эксперимента 420

3.1. Математическое ожидание многомерной случайной величины и ее смешанный центральный момент второго порядка (420).

3.2. Дисперсия многомерной случайной величины (423).

Краткий обзор 426

Контрольные вопросы и упражнения 427

Глава 9. Функциональная и статистическая зависимости между измерителями случайных экспериментов 430

§ 1. Неслучайные функции от случайных аргументов 430

1.1. Понятие о функциональной зависимости между случайными величинами (430). 1.2. Дискретные одномерные случайные величины и их функциональная зависимость (432). 1.3. Непрерывные одномерные случайные величины и их функциональная зависимость (434). 1.4. Многомерные случайные величины и их функциональная зависимость (438).

§ 2. Элементы теории корреляций 452

2.1. Линейная статистическая зависимость двух случайных величин (452). 2.2. Условное математическое ожидание (460). 2.3. Общие свойства условного математического ожидания (467). 2.4. Регрессия случайных величин (474).

Краткий обзор 480

Контрольные вопросы и упражнения 481

Глава 10. Некоторые наиболее распространенные законы распределения 483

§ 1. Тестовые дискретные случайные величины 483

1.1. Биномиальная случайная величина (483). 1.2. Пуассоновская случайная величина (490). 1.3. Дискретная случайная величина с распределением по закону Бартлетта (498). 1.4. Случайная величина с гипергеометрическим распределением (509).

§ 2. Тестовые непрерывные случайные величины 514

2.1. Нормальный закон распределения (закон Гаусса) (514). 2.2. Равномерный закон распределения (525). 2.3. Распределение хи-квадрат с r степенями свободы (528). 2.4. Показательный, или экспоненциальный, закон распределения (531). 2.5. Связь между пуассоновской случайной величиной дискретного типа и показательной случайной величиной непрерывного типа (537). 2.6. Распределение Эрланга (543). 2.7. Специальные законы распределения (546).

Краткий обзор 547

Контрольные вопросы и упражнения 548

Глава 11. Аппроксимация случайных величин и их законов распределения	550
§ 1. Различные типы сходимости последовательностей случайных величин	550
1.1. Массовые случайные явления и их предсказание (550).	
1.2. Сходимость по вероятности и сходимость с вероятностью единица (552).	
1.3. Сходимость в среднеквадратическом и сходимость по распределению. Отношения между различными видами сходимости (555).	
§ 2. Предельные теоремы для последовательностей случайных величин	561
2.1. Классификация предельных теорем (561).	
2.2. Законы больших чисел в форме Чебышева (563).	
2.3. Характеристические функции (570).	
2.4. Центральные предельные теоремы (578).	
Краткий обзор	583
Контрольные вопросы и упражнения	584
Заключение	586
Приложение	594
Список литературы	603
Предметный указатель	604