

СОДЕРЖАНИЕ

Часть I. АППАРАТ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ И ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

7

Глава 1

МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

8

- § 1. Матрицы 8
1. Сложение матриц (8). 2. Умножение матрицы на число (9). 3. Арифметическое пространство (9).
- § 2. Определители 11
1. Предварительные замечания (11). 2. Определитель (12). 3. Разложение определителя по строке (14). 4. Основные свойства определителя (14).
- § 3. Равноправность строк и столбцов определителя 16
1. Перестановки (16). 2. Выражение определителя через его элементы (18). 3. Алгебраическое дополнение (19). 4. Разложение определителя по столбцу (20).
- § 4. Произведение матриц 21
1. Свойства произведения матриц (21). 2. Определитель произведения квадратных матриц (22). 3. Свойства произведения квадратных матриц (23).
- § 5. Базисный минор 24
1. Теорема о базисном миноре (24). 2. Ранг матрицы (26).

Глава 2

СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

27

- § 1. Существование и единственность решения 27
1. Основные определения (27). 2. Существование решения (28). 3. Однородные системы (28). 4. Единственность решения (28).
- § 2. Нахождение решений 29
1. Формулы Крамера (29). 2. Общий случай (30).

Часть II. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

31

Предварительные замечания 32

Глава 1

ВЕКТОРЫ И КООРДИНАТЫ

33

- § 1. Координаты точки 33
1. Ось координат (33). 2. Декартовы координаты (34). 3. Криволинейные координаты на плоскости (34). 4. Криволинейные координаты в пространстве (35).

§ 2. Векторы	36
1. Вектор (36). 2. Равенство векторов (37). 3. Координаты вектора (37). 4. Сумма векторов (38). 5. Произведение вектора на число (38). 6. Отождествление равных векторов (39).	
§ 3. Скалярное произведение	39
1. Основные определения (39). 2. Скалярное произведение в координатах (40). 3. Свойства скалярного произведения (40). 4. Площадь параллелограмма (41). 5. Объем параллелепипеда (41).	
§ 4. Базис	42
1. Коллинеарные векторы (42). 2. Компланарные векторы (43). 3. Линейная зависимость четырех векторов (43). 4. Базис (43). 5. Аффинные координаты (44).	
Глава 2	
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КООРДИНАТ	45
§ 1. Преобразование координат на плоскости	45
1. Правые и левые пары (45). 2. Собственные и несобственные преобразования (46). 3. Преобразование координат вектора (47). 4. Правые системы координат (47). 5. Преобразование координат точки (48).	
§ 2. Преобразование координат в пространстве	49
1. Преобразование координат вектора (49). 2. Углы Эйлера (50). 3. Преобразование координат точки (51).	
§ 3. Векторное произведение	52
1. Определение векторного произведения (52). 2. Смешанное произведение (53). 3. Произведение двух смешанных произведений (53). 4. Скалярное произведение двух векторных произведений (54). 5. Двойное векторное произведение (54).	
Глава 3	
УРАВНЕНИЯ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ	55
§ 1. Прямая на плоскости	55
1. Уравнение прямой (55). 2. Параметрические уравнения прямой (55). 3. Каноническое уравнение прямой (56). 4. Общее уравнение прямой (56). 5. Нормированное уравнение прямой (56).	
§ 2. Плоскость	57
1. Уравнение плоскости (57). 2. Общее уравнение плоскости (58). 3. Нормированное уравнение плоскости (59).	
§ 3. Прямая в пространстве	59
1. Уравнение прямой (59). 2. Параметрические уравнения прямой (60). 3. Канонические уравнения прямой (60). 4. Пересечение двух плоскостей (60).	
Глава 4	
ЛИНИИ И ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА	62
§ 1. Эллипс, гипербола и парабола	62
1. Эллипс (62). 2. Гипербола (64). 3. Директриса эллипса и гиперболы (66). 4. Парабола (67). 5. Касательная (68). 6. Оптические свойства (69).	

§ 2. Кривые второго порядка	71
1. Уравнение кривой второго порядка (71). 2. Классификация (72).	
§ 3. Поверхности второго порядка.	73
1. Уравнение поверхности второго порядка (73). 2. Цилиндры (76).	
3. Конусы (76). 4. Завершение классификации (78).	
§ 4. Эллипсоид, гиперболоиды и параболоиды.	79
1. Эллипсоид (79). 2. Гиперболоиды (80). 3. Параболоиды (81).	

Часть III. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА 83

Глава 1	
КОНЕЧНОМЕРНОЕ ЛИНЕЙНОЕ ПРОСТРАНСТВО.	84
§ 1. Линейное пространство.	84
1. Аксиомы Вейля (84). 2. Линейное пространство (85). 3. Свойства линейного пространства (86). 4. Линейное подпространство (87).	
§ 2. n -мерное линейное пространство	88
1. Базис и размерность (88). 2. Примеры (89). 3. Изоморфизм (90).	
4. Линейное дополнение (91).	

Глава 2	
ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ.	94
§ 1. Операторы, действующие из L^n в L^m	94
1. Линейный оператор (94). 2. Матрица линейного оператора (95).	
3. Образ оператора (96). 4. Ядро оператора (96). 5. Произведение операторов (97).	
§ 2. Операторы, действующие из L^n в L^n	98
1. Тожественный оператор и обратный оператор (98). 2. Инвариантные подпространства (99). 3. Образ и ядро (100). 4. Структура пространства L_0 (101). 5. Собственные значения и собственные векторы (107).	
6. Характеристическое уравнение (108). 7. Жорданова форма матрицы линейного оператора (110).	

Глава 3	
ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БАЗИСОВ И КООРДИНАТ	114
§ 1. Преобразование базисов	114
1. Обозначения (114). 2. Переход к новому базису (114). 3. Последовательные преобразования (115).	
§ 2. Преобразование координат.	115
1. Преобразование координат вектора (115). 2. Преобразование матрицы линейного оператора (115). 3. Линейная форма (116).	
§ 3. Тензоры	117
1. Определение тензора (117). 2. Сумма тензоров одинаковой структуры (118). 3. Прямое произведение тензоров (119). 4. Свертка тензора (119). 5. О билинейной форме (120).	

§ 4. Квадратичные формы	121
1. Матрица квадратичной формы (121). 2. Метод Лагранжа (121). 3. Закон инерции (122). 4. Критерий Сильвестра (123).	
Глава 4	
ЕВКЛИДОВО ПРОСТРАНСТВО	125
§ 1. Длины и углы	125
1. Определение евклидова пространства (125). 2. Неравенство Коши-Буняковского (125). 3. Длина вектора (126). 4. Угол между векторами (126).	
§ 2. Ортонормированный базис	127
1. Существование ортонормированного базиса (127). 2. Ортогонализация (127). 3. Ортогональное дополнение (128). 4. Альтернатива Фредгольма (128).	
§ 3. Операторы в E^n	129
1. Сопряженный оператор (129). 2. Ортогональный оператор (130). 3. Ортогональные преобразования (132). 4. Самосопряженный оператор (133). 5. Квадратичная форма в E^n (134).	
§ 4. Гиперповерхности второго порядка	134
1. Система координат (134). 2. Каноническое уравнение гиперповерхности второго порядка (135). 3. Классификация (136). 4. Инварианты (137).	
Глава 5	
НЕКОТОРЫЕ ОБОБЩЕНИЯ	139
§ 1. Унитарное пространство	139
1. Основные свойства (139). 2. Нормальный оператор (140). 3. Унитарный оператор (141). 4. Самосопряженный оператор (142).	
§ 2. Псевдоевклидово пространство	142
1. Определение (142). 2. Преобразования Лоренца (143).	
§ 3. Группы и поля	145
1. Группа (145). 2. Примеры (146). 3. Поле (147).	
Заключение	150
Приложение	
КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА. ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА АЛГЕБРЫ	156
1. Определения (156). 2. Геометрическая интерпретация (157). 3. Многочлен (158). 4. Вещественный многочлен (159). 5. Теорема о модуле многочлена (159). 6. Теорема о вложенных отрезках (160). 7. Основная теорема алгебры (161). 8. Следствия из основной теоремы алгебры (162).	
Предметный указатель	164