

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	4
 Г Л А В А I. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА	
§ 1. Векторы	5
1. Предварительные замечания (5). 2. Определение вектора (6). 3. О другом определении вектора (6). 4. Линейные операции (8). 5. Векторные пространства (10). 6. Линейная зависимость векто- ров (10). 7. Базис (14).	
§ 2. Системы координат	16
1. Декартова система координат (16). 2. Деление отрезка в задан- ном отношении (18). 3. Декартова прямоугольная система координат (19). 4. Полярная система координат (20). 5. Цилиндрические и сфе- рические координаты (21).	
§ 3. Замена базиса и системы координат	23
1. Изменение базиса (23). 2. Изменение системы координат (24). 3. Замена декартовой прямоугольной системы координат на плоско- сти (24).	
§ 4. Скалярное произведение	26
1. Определение (26). 2. Свойства скалярного умножения (27). 3. Биортогональный базис (29). 4. Проекции (31).	
§ 5. Смешанное и векторное произведения	33
1. Ориентация прямой, плоскости и пространства (33). 2. Площадь ориентированного параллелограмма, объем ориентированного парал- лелепипеда (35). 3. Смешанное произведение (36). 4. Векторное про- изведение (39). 5. Выражение векторного и смешанного произведе- ний через компоненты сомножителей (42). 6. Детерминанты второ- го и третьего порядков (43). 7. Условия коллинеарности и компла- нарности (45). 8. Системы линейных уравнений (46). 9. Площадь параллелограмма (48). 10. Двойное векторное произведение (49). 11. О векторных величинах (49).	

Г Л А В А II. ПРЯМЫЕ ЛИНИИ И ПЛОСКОСТИ

§ 1. Общее понятие об уравнениях	52
1. Определения (52). 2. Алгебраические линии и поверхности (55). 3. Уравнения, не содержащие одной из координат (59). 4. Однород- ные уравнения. Конусы (60).	

2. Уравнения прямых и плоскостей	61
1. Поверхности и линии первого порядка (61). 2. Параметрические уравнения прямой и плоскости (62). 3. Прямая линия на плоскости (64). 4. Векторные уравнения плоскости и прямой (66). 5. Параллельность плоскостей и прямых на плоскости (69). 6. Уравнения прямой в пространстве (72).	
3. Основные задачи о прямых и плоскостях	75
1. Уравнение прямой, проходящей через две точки (75). 2. Уравнение плоскости, проходящей через три точки (76). 3. Параллельность прямой и плоскости (76). 4. Полупространство (77). 5. Расстояние от точки до плоскости (79). 6. Расстояние от точки до прямой (79). 7. Расстояние между скрещивающимися прямыми (80). 8. Вычисление углов (81). 9. Некоторые задачи на построение (82). 10. Пучок прямых (84). 11. О геометрическом смысле порядка алгебраической линии (86).	

Г Л А В А III. ЛИНИИ И ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

1. Исследование уравнения второго порядка	89
2. Эллипс, гипербола и парабола	96
1. Эллипс (96). 2. Гипербола (101). 3. Парабола (105).	
3. Линия второго порядка, заданная общим уравнением	109
1. Пересечение линии второго порядка и прямой (109). 2. Тип линии (111). 3. Диаметр линии второго порядка (112). 4. Центр линии второго порядка (116). 5. Сопряженные направления (117). 6. Главные направления (117). 7. Касательная к линии второго порядка (118). 8. Особые точки (119).	
4. Поверхности второго порядка	122
1. Поверхности вращения (122). 2. Эллипсоид (123). 3. Конус второго порядка (124). 4. Однополостный гиперболоид (125). 5. Двуполостный гиперболоид (127). 6. Эллиптический параболоид (128). 7. Гиперболический параболоид (128).	

Г Л А В А IV. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПЛОСКОСТИ

1. Отображения и преобразования	133
1. Определение (133). 2. Примеры (133). 3. Произведение отображений (135). 4. Координатная запись отображений (137).	
2. Линейные преобразования	139
1. Ортогональные преобразования (139). 2. Определение линейных преобразований (141). 3. Произведение линейных преобразований (143). 4. Образ вектора при линейном преобразовании (144).	
3. Аффинные преобразования	149
1. Образ прямой линии (149). 2. Изменение площадей при аффинном преобразовании (150). 3. Образы линий второго порядка (152). 4. Разложение ортогонального преобразования (154). 5. Разложение аффинного преобразования (156).	

ГЛАВА V. МАТРИЦЫ И СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

§ 1. Матрицы	159
1. Определение (159). 2. Транспонирование матриц (161). 3. Некоторые виды матриц (161). 4. Сложение и умножение на число (162). 5. Линейная зависимость матриц (164).	
§ 2. Умножение матриц	167
1. Символ Σ (167). 2. Определение и примеры (168). 3. Свойства умножения матриц (172). 4. Элементарные преобразования. Элементарные матрицы (175). 5. Вырожденные и невырожденные матрицы (178). 6. Обратная матрица (181).	
§ 3. Ранг матрицы	185
1. Определение (185). 2. Основные теоремы (186). 3. Ранг произведения (188). 4. Нахождение ранга матрицы (189).	
§ 4. Детерминанты	192
1. Определение детерминанта (192). 2. Единственность детерминанта (196). 3. Существование детерминанта. Разложение по столбцу (198). 4. Свойства детерминантов (200). 5. Детерминант клеточно треугольной матрицы (202). 6. Формула полного разложения (203).	
§ 5. Системы линейных уравнений (основной случай)	207
1. Постановка задачи (207). 2. Основной случай (209). 3. Правило Крамера (210). 4. Формулы для элементов обратной матрицы (211).	
§ 6. Системы линейных уравнений (общая теория)	212
1. Условия совместности (212). 2. Нахождение решений (214). 3. Приведенная система (216). 4. Общее решение системы линейных уравнений (219). 5. Пример (220).	

ГЛАВА VI. ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

§ 1. Основные понятия	223
1. Определение линейного пространства (223). 2. Простейшие следствия (226). 3. Линейная зависимость (227). 4. Базис (228). 5. Замена базиса (231). 6. Ориентация пространства (233).	
§ 2. Линейные подпространства	235
1. Определения и примеры (235). 2. Сумма и пересечение подпространств (237).	
§ 3. Линейные отображения	242
1. Определение (242). 2. Координатная запись отображений (245). 3. Изоморфизм линейных пространств (248). 4. Изменение матрицы линейного отображения при замене базисов (249). 5. Канонический вид матрицы линейного отображения (249). 6. Сумма и произведение отображений (250).	

§ 4. Задача о собственных векторах	253
1. Линейные преобразования (253). 2. Умножение преобразований (254). 3. Инвариантные подпространства (255). 4. Собственные подпространства (258). 5. Характеристическое уравнение (260). 6. Свойства собственных подпространств (263). 7. Комплексные характеристические числа (264). 8. Приведение матрицы преобразования к диагональному виду (265). 9. Приведение матрицы преобразования к треугольному виду (268). 10. Теорема Гамильтона-Кэли (270).	
§ 5. Линейные функции	272
1. Определение функции (272). 2. Линейные функции (273). 3. Сопряженное пространство (275).	
§ 6. Квадратичные формы	279
1. Билинейные функции (279). 2. Квадратичные формы (281). 3. Ранг и индекс квадратичной формы (286). 4. Полуторалинейные функции (291).	
§ 7. Теорема Жордана	294
1. Корневые подпространства (294). 2. Циклические подпространства (297). 3. Строение корневого подпространства (300). 4. Теорема Жордана (302). 5. Приведение к жордановой форме (304).	

Г Л А В А VII. ЕВКЛИДОВЫ И УНИТАРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

§ 1. Евклидовы пространства	308
1. Скалярное произведение (308). 2. Длина и угол (310). 3. Выражение скалярного произведения через координаты сомножителей (311). 4. Ортогональные базисы (313). 5. Ортогональные матрицы (314). 6. Ортогональное дополнение подпространства (315). 7. Ортогональные проекции (316). 8. Метод ортогонализации (318). 9. QR -разложение (319). 10. Объем параллелепипеда (320).	
§ 2. Линейные преобразования евклидовых пространств	323
1. Преобразование, сопряженное данному (323). 2. Самосопряженные преобразования (326). 3. Изоморфизм евклидовых пространств (329). 4. Ортогональные преобразования (330). 5. Сингулярное разложение (334). 6. Полярное разложение (337). 7. Сингулярные числа линейного преобразования (338).	
§ 3. Функции на евклидовых пространствах	341
1. Линейные функции (341). 2. Преобразование, присоединенное билинейной функции (342). 3. Ортонормированный базис, в котором квадратичная форма имеет диагональный вид (344).	
§ 4. Понятие об унитарных пространствах	347
1. Определение (347). 2. Свойства унитарных пространств (350). 3. Самосопряженные и унитарные преобразования (352). 4. Эрмитовы формы в унитарном пространстве (353).	

Г Л А В А VIII. АФФИННЫЕ ПРОСТРАНСТВА

§ 1. Плоскости	355
1. Аффинное пространство (355). 2. Плоскости в аффинном пространстве (358).	
§ 2. Классификация линий и поверхностей второго порядка	360
1. Закон преобразования коэффициентов (360). 2. Линии второго порядка на плоскости (363). 3. Ортогональные инварианты (365).	
4. Поверхности второго порядка (367).	

Г Л А В А IX. ОСНОВЫ ТЕНЗОРНОЙ АЛГЕБРЫ

§ 1. Тензоры в линейном пространстве	375
1. Вводные замечания (375). 2. Обозначения (376). 3. Определение и примеры (378). 4. Линейные операции (382). 5. Умножение тензоров (384). 6. Свертывание (386). 7. Транспонирование (387). 8. Симметрирование и альтернирование (389). 9. Замечание (391). 10. Симметричные и антисимметричные тензоры (392).	
§ 2. Тензоры в евклидовом пространстве	395
1. Метрический тензор (395). 2. Поднятие и опускание индексов (395). 3. Евклидовы тензоры (397).	
§ 3. Поливекторы. Внешние формы	400
1. p -векторы (400). 2. Базис в пространстве p -векторов (404). 3. Внешнее умножение (406). 4. Внешние формы (409). 5. Относительные инварианты (411).	
Указания и ответы к упражнениям	414
Общие замечания (414). Указания (416). Ответы (421).	
Рекомендуемая литература	433
Предметный указатель	435