

ОГЛАВЛЕНИЕ

<i>Предисловие к 22-му изданию</i>	10
Глава 1. Функция	11
§ 1.1. Первоначальные сведения о функции	11
1.1.1. Функции и способы их задания	11
1.1.2. Сложные и неявно заданные функции	13
§ 1.2. Простейшие свойства функций	14
1.2.1. Область определения функции	14
1.2.2. Элементы поведения функции	17
§ 1.3. Элементарные функции. Обратная функция	19
Глава 2. Предел. Непрерывность	30
§ 2.1. Основные определения	30
2.1.1. Функции целочисленного аргумента	30
2.1.2. Функции непрерывного аргумента	32
§ 2.2. Бесконечные величины. Признаки существования предела	32
2.2.1. Бесконечные величины	32
2.2.2. Признаки существования предела	35
§ 2.3. Непрерывные функции	35
§ 2.4. Нахождение пределов. Сравнение бесконечно малых	38
2.4.1. Функции целочисленного аргумента	38
2.4.2. Функция непрерывного аргумента	39
2.4.3. Сравнение бесконечно малых	45
2.4.4. Некоторые геометрические задачи	47
2.4.5. Вычислительные задачи	50
Глава 3. Производная и дифференциал. Дифференциальное исчисление	51
§ 3.1. Производная. Скорость изменения функции	51
3.1.1. Некоторые задачи физики	51
3.1.2. Производная функция	53
3.1.3. Геометрический смысл производной	54
§ 3.2. Дифференцирование функций	55
3.2.1. Степенные функции	56
3.2.2. Тригонометрические функции	58
3.2.3. Обратные тригонометрические функции	60
3.2.4. Логарифмические функции	60
3.2.5. Показательные функции	61

3.2.6.	Гиперболические функции	62
3.2.7.	Логарифмическое дифференцирование	63
3.2.8.	Разные функции	63
3.2.9.	Обратные функции	67
3.2.10.	Функции, заданные неявно	68
3.2.11.	Применения производной	69
§ 3.3.	Дифференциал. Дифференцируемость функции	75
3.3.1.	Дифференциал	76
3.3.2.	Дифференцируемость функций	79
§ 3.4.	Производная как скорость изменения (дальнейшие примеры)	80
3.4.1.	Относительная скорость	80
3.4.2.	Функции, заданные параметрически	82
3.4.3.	Скорость изменения полярного радиуса	85
3.4.4.	Скорость изменения длины	86
3.4.5.	Скорость движения	87
§ 3.5.	Повторное дифференцирование	87
3.5.1.	Функции, заданные в явном виде	87
3.5.2.	Функции, заданные в неявном виде	90
3.5.3.	Функции, заданные параметрически	90
3.5.4.	Ускорение движения	91
3.5.5.	Формула Лейбница	92
3.5.6.	Дифференциалы высших порядков	93
Глава 4.	Исследование функций и их графиков	95
§ 4.1.	Поведение функции	95
§ 4.2.	Применение первой производной	96
4.2.1.	Теоремы Ролля и Лагранжа	96
4.2.2.	Поведение функций в интервале	99
4.2.3.	Неравенства	101
4.2.4.	Задачи на отыскание наибольших и наименьших значений функций	101
§ 4.3.	Применение второй производной	108
4.3.1.	Экстремумы	108
4.3.2.	Выпуклость, вогнутость, точки перегиба	108
§ 4.4.	Дополнительные вопросы. Решение уравнений	112
4.4.1.	Теорема Коши и правило Лопиталья	112
4.4.2.	Асимптотическое изменение функций и асимптоты линий	115
4.4.3.	Общее исследование функций и линий	116
4.4.4.	Решение уравнений	119
§ 4.5.	Формула Тейлора и ее применение	121
4.5.1.	Формула Тейлора для многочленов	121
4.5.2.	Формула Тейлора	122
4.5.3.	Некоторые применения формулы Тейлора	122
§ 4.6.	Кривизна	123

Глава 5.	Определенный интеграл	128
§ 5.1.	Определенный интеграл и его простейшие свойства	128
5.1.1.	Вычисление интегралов суммированием	131
§ 5.2.	Основные свойства определенного интеграла	133
5.2.1.	Геометрическая интерпретация определенного интеграла	133
5.2.2.	Оценка интеграла	133
5.2.3.	Среднее значение функции	134
5.2.4.	Интеграл с переменным пределом	135
5.2.5.	Формула Ньютона–Лейбница	137
Глава 6.	Неопределенный интеграл. Интегральное исчисление	139
§ 6.1.	Простейшие приемы интегрирования	139
§ 6.2.	Основные методы интегрирования	144
6.2.1.	Интегрирование по частям	144
6.2.2.	Замена переменной	146
6.2.3.	Разные задачи	147
§ 6.3.	Основные классы интегрируемых функций	150
6.3.1.	Дробно-рациональные функции	150
6.3.2.	Некоторые иррациональные функции	153
6.3.3.	Тригонометрические функции	154
6.3.4.	Гиперболические функции	156
6.3.5.	Рациональные функции от x и $\sqrt{ax^2 + bx + c}$	157
6.3.6.	Разные функции	158
Глава 7.	Способы вычисления определенных интегралов. Несобственные интегралы	160
§ 7.1.	Способы точного вычисления интегралов	160
7.1.1.	Непосредственное применение формулы Ньютона–Лейбница	160
7.1.2.	Замена переменной в определенном интеграле	162
7.1.3.	Разные задачи	163
§ 7.2.	Приближенные методы	167
§ 7.3.	Несобственные интегралы	170
7.3.1.	Интегралы с бесконечными пределами	170
7.3.2.	Интегралы от функций с бесконечными разрывами	171
7.3.3.	Разные задачи	172
Глава 8.	Применения интеграла	175
§ 8.1.	Некоторые задачи геометрии и статики	175
8.1.1.	Площадь фигуры	175
8.1.2.	Длина линии	180
8.1.3.	Объем тела	183
8.1.4.	Площадь поверхности вращения	188
8.1.5.	Моменты и центр масс	190
8.1.6.	Теоремы Гульдина	194
§ 8.2.	Некоторые задачи физики	195

Глава 9.	Ряды	207
§ 9.1.	Числовые ряды	207
9.1.1.	Сходимость числового ряда	207
9.1.2.	Ряды с положительными членами	208
9.1.3.	Ряды с произвольными членами. Абсолютная сходимость	211
§ 9.2.	Функциональные ряды	212
9.2.1.	Сходимость функциональных рядов	212
9.2.2.	Равномерная (правильная) сходимость	212
9.2.3.	Интегрирование и дифференцирование рядов	214
§ 9.3.	Степенные ряды	216
9.3.1.	Разложение функции в степенные ряды	216
9.3.2.	Интервал сходимости	218
§ 9.4.	Некоторые применения рядов Тейлора	219
9.4.1.	Вычисления приближенных значений функций	219
9.4.2.	Решение уравнений	220
9.4.3.	Интегрирование функций	221
9.4.4.	Разные задачи	222
Глава 10.	Функции нескольких переменных. Дифференциальное исчисление	223
§ 10.1.	Функции нескольких переменных	223
§ 10.2.	Простейшие свойства функции	225
10.2.1.	Область определения	225
10.2.2.	Предел. Непрерывность функции	227
10.2.3.	Линии и поверхности уровня	228
§ 10.3.	Производные и дифференциалы функций нескольких переменных	230
10.3.1.	Частные производные	230
10.3.2.	Дифференциалы. Приближенные вычисления	233
10.3.3.	Применения к вычислениям	234
§ 10.4.	Дифференцирование функций	235
10.4.1.	Сложная функция	235
10.4.2.	Неявно и параметрически заданные функции	236
§ 10.5.	Повторное дифференцирование	238
10.5.1.	Замена переменных	242
Глава 11.	Применения дифференциального исчисления функций нескольких переменных	243
§ 11.1.	Формула Тейлора. Экстремумы функций нескольких переменных	243
11.1.1.	Формула Тейлора	243
11.1.2.	Экстремумы	244
11.1.3.	Наибольшие и наименьшие значения	246
11.1.4.	Условные экстремумы	247
§ 11.2.	Плоские линии	250
11.2.1.	Касательные и нормали	250

11.2.2. Особые точки	250
11.2.3. Огибающие	251
§ 11.3. Векторная функция скалярного аргумента. Линии в пространстве. Поверхности	252
11.3.1. Векторная функция скалярного аргумента	252
11.3.2. Пространственные линии	254
11.3.3. Длина дуги пространственной линии	256
11.3.4. Поверхности	257
§ 11.4. Скалярное поле. Градиент. Производная по направлению	259
11.4.1. Градиент	259
11.4.2. Производная по направлению	261
Глава 12. Многомерные интегралы и кратное интегрирование	263
§ 12.1. Двойные и тройные интегралы	263
§ 12.2. Кратное интегрирование	264
12.2.1. Двойной интеграл. Прямоугольная область	264
12.2.2. Двойной интеграл. Произвольная область	265
12.2.3. Тройной интеграл	267
§ 12.3. Интегралы в полярных, цилиндрических и сферических координатах	268
12.3.1. Двойной интеграл	268
12.3.2. Тройной интеграл	270
§ 12.4. Применение двойных и тройных интегралов	271
12.4.1. Объем тела. I	271
12.4.2. Площадь плоской фигуры	273
12.4.3. Объем тела. II	274
12.4.4. Площадь поверхности	275
12.4.5. Моменты и центр масс	276
12.4.6. Разные задачи	280
§ 12.5. Несобственные интегралы. Интегралы, зависящие от параметра	283
12.5.1. Несобственные двойные и тройные интегралы	283
12.5.2. Интегралы, зависящие от параметра. Правило Лейбница	285
12.5.3. Разные задачи	287
Глава 13. Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности	289
§ 13.1. Криволинейные интегралы по длине	289
13.1.1. Вычисление интегралов	289
13.1.2. Применения интегралов	290
§ 13.2. Криволинейные интегралы по координатам	292
13.2.1. Вычисление интегралов	292
13.2.2. Формула Грина	294
13.2.3. Независимость интеграла от контура интегрирования. Отыскание первообразной	295

13.2.4. Применения интегралов	297
13.2.5. Работа	298
§ 13.3. Интегралы по поверхности	299
13.3.1. Интегралы по площади поверхности	299
13.3.2. Поверхностные интегралы по координатам	300
13.3.3. Формула Стокса	301
13.3.4. Формула Остроградского	302
Глава 14. Дифференциальные уравнения	303
§ 14.1. Уравнения первого порядка	303
14.1.1. Уравнения с разделяющимися переменными	303
14.1.2. Однородные уравнения	306
14.1.3. Линейные уравнения	307
14.1.4. Разные задачи (уравнения с разделяющимися переменными, однородные и линейные)	309
14.1.5. Другие примеры уравнений первого порядка	314
14.1.6. Уравнения в полных дифференциалах	315
14.1.7. Интегрирующий множитель	315
14.1.8. Разные задачи	316
§ 14.2. Уравнения первого порядка (продолжение)	317
14.2.1. Поле направлений. Изоклины	317
14.2.2. Приближенное интегрирование дифференциальных уравнений	318
14.2.3. Особые решения. Уравнения Клеро и Лагранжа	320
14.2.4. Ортогональные и изогональные траектории и эвольвенты	321
§ 14.3. Уравнения второго и высших порядков	322
14.3.1. Частные случаи уравнений второго порядка	322
14.3.2. Частные случаи уравнений более высоких порядков	325
14.3.3. Приближенные решения	325
§ 14.4. Линейные уравнения	327
14.4.1. Уравнения с постоянными коэффициентами	329
14.4.2. Уравнения высших порядков	334
§ 14.5. Системы дифференциальных уравнений	335
§ 14.6. Вычислительные задачи	339
Глава 15. Тригонометрические ряды	342
§ 15.1. Тригонометрические многочлены	342
§ 15.2. Ряды Фурье	343
§ 15.3. Метод Крылова. Гармонический анализ	347
Глава 16. Элементы теории поля	349
§ 16.1. Векторное поле, дивергенция и ротор	349
§ 16.2. Потенциал	352
§ 16.3. Потенциал силы притяжения	353
§ 16.4. Поток и циркуляция (плоский случай)	355
§ 16.5. Поток и циркуляция (пространственный случай)	356

Ответы	358
К главе 1	358
К главе 2	363
К главе 3	369
К главе 4	388
К главе 5	404
К главе 6	406
К главе 7	422
К главе 8	428
К главе 9	435
К главе 10	441
К главе 11	450
К главе 12	457
К главе 13	466
К главе 14	469
К главе 15	486
К главе 16	488