

---

---

# Оглавление

Предисловие к русскому изданию . . . . .	13
Предисловие редактора перевода . . . . .	15
Предисловие . . . . .	17
<b>ЧАСТЬ I. ОСНОВЫ</b>	<b>21</b>
ГЛАВА 1. Классическая механика . . . . .	23
1.1. Лагранжева механика . . . . .	24
1.1.1. Обобщенные координаты . . . . .	24
1.1.2. Принцип наименьшего действия . . . . .	25
1.1.3. Примеры лагранжевых систем . . . . .	30
1.1.4. Симметрии и теорема Нётер . . . . .	39
1.1.5. Одномерное движение . . . . .	45
1.1.6. Движение в центральном поле и задача Кеплера . . . . .	47
1.1.7. Преобразование Лежандра . . . . .	52
1.2. Гамильтонова механика . . . . .	58
1.2.1. Уравнения Гамильтона . . . . .	58
1.2.2. Функционал действия в фазовом пространстве . . . . .	61
1.2.3. Действие как функция координат . . . . .	63
1.2.4. Классические наблюдаемые и скобка Пуассона . . . . .	67
1.2.5. Канонические преобразования и производящие функции . . . . .	69
1.2.6. Симплектические многообразия . . . . .	73
1.2.7. Пуассоновы многообразия . . . . .	84
1.2.8. Представления Гамильтона и Лиувилля . . . . .	91
1.3. Замечания и ссылки . . . . .	96

<b>ГЛАВА 2. Основные принципы квантовой механики</b> . . . . .	98
2.1. Наблюдаемые, состояния и динамика . . . . .	101
2.1.1. Математическая формулировка . . . . .	102
2.1.2. Соотношения неопределенности Гейзенберга . . . . .	111
2.1.3. Динамика . . . . .	113
2.2. Квантование . . . . .	119
2.2.1. Коммутационные соотношения Гейзенберга . . . . .	120
2.2.2. Координатное и импульсное представления . . . . .	126
2.2.3. Свободная квантовая частица . . . . .	135
2.2.4. Примеры квантовых систем . . . . .	142
2.2.5. Старая квантовая механика . . . . .	147
2.2.6. Гармонический осциллятор . . . . .	147
2.2.7. Голоморфное представление и виковские символы . . . . .	158
2.3. Соотношения Вейля . . . . .	167
2.3.1. Теорема Стоуна – фон Неймана . . . . .	168
2.3.2. Инвариантная формулировка . . . . .	176
2.3.3. Квантование Вейля . . . . .	181
2.3.4. $\star$ -произведение . . . . .	191
2.3.5. Деформационное квантование . . . . .	196
2.4. Замечания и ссылки . . . . .	204
<b>ГЛАВА 3. Уравнение Шрёдингера</b> . . . . .	207
3.1. Общие свойства . . . . .	207
3.1.1. Самосопряженность . . . . .	208
3.1.2. Характеризация спектра . . . . .	211
3.1.3. Теорема о вириале . . . . .	213
3.2. Одномерное уравнение Шрёдингера . . . . .	214
3.2.1. Функции Йоста и коэффициенты перехода . . . . .	215
3.2.2. Разложение по собственным функциям . . . . .	225
3.2.3. $S$ -матрица и теория рассеяния . . . . .	234
3.2.4. Другие граничные условия . . . . .	244
3.3. Угловой момент и $SO(3)$ . . . . .	248
3.3.1. Операторы углового момента . . . . .	248
3.3.2. Теория представлений $SO(3)$ . . . . .	251
3.4. Задача двух тел . . . . .	254
3.4.1. Отделение центра масс . . . . .	254
3.4.2. Трёхмерная теория рассеяния . . . . .	256
3.4.3. Частица в центрально-симметричном потенциале . . . . .	258
3.5. Атом водорода и $SO(4)$ . . . . .	265
3.5.1. Дискретный спектр . . . . .	265

3.5.2.	Непрерывный спектр . . . . .	270
3.5.3.	Скрытая $SO(4)$ симметрия . . . . .	272
3.6.	Квазиклассическая асимптотика – I . . . . .	280
3.6.1.	Асимптотика, зависящая от времени . . . . .	281
3.6.2.	Асимптотика, не зависящая от времени . . . . .	284
3.6.3.	Правила квантования Бора – Вильсона – Зоммерфельда . . . . .	288
3.7.	Замечания и ссылки . . . . .	290
<b>ГЛАВА 4.</b>	<b>Спин и тождественные частицы . . . . .</b>	<b>293</b>
4.1.	Спин . . . . .	293
4.1.1.	Операторы спина . . . . .	293
4.1.2.	Спин и теория представлений $SU(2)$ . . . . .	295
4.2.	Заряженная спиновая частица в магнитном поле . . . . .	298
4.2.1.	Гамильтониан Паули . . . . .	298
4.2.2.	Частица в однородном магнитном поле . . . . .	300
4.3.	Система тождественных частиц . . . . .	302
4.3.1.	Постулат симметризации . . . . .	302
4.3.2.	Диаграммы Юнга и теория представлений $Sym_N$ . . . . .	308
4.3.3.	Двойственность Шура – Вейля и симметрия волновых функций . . . . .	311
4.4.	Замечания и ссылки . . . . .	314

## **ЧАСТЬ II. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ И СУ- ПЕРСИММЕТРИЯ** **317**

<b>ГЛАВА 5.</b>	<b>Фейнмановская формулировка квантовой механики . . . . .</b>	<b>319</b>
5.1.	Фейнмановский интеграл по путям . . . . .	319
5.1.1.	Фундаментальное решение уравнения Шрёдингера . . . . .	319
5.1.2.	Фейнмановский интеграл по путям в фазовом пространстве . . . . .	323
5.1.3.	Фейнмановский интеграл по путям в конфигурационном пространстве . . . . .	327
5.1.4.	Несколько степеней свободы . . . . .	330
5.2.	Символы оператора эволюции и интегралы по путям . . . . .	332
5.2.1.	$pq$ -символ . . . . .	332
5.2.2.	$qp$ -символ . . . . .	333
5.2.3.	Вейлевский символ . . . . .	335
5.2.4.	Виковский символ . . . . .	336
5.3.	Фейнмановский интеграл для гармонического осциллятора . . . . .	340

5.3.1.	Гауссово интегрирование . . . . .	340
5.3.2.	Пропагатор гармонического осциллятора . . . . .	341
5.3.3.	Тождество Мелера . . . . .	345
5.4.	Гауссовы интегралы по путям . . . . .	346
5.4.1.	Гауссов интеграл по путям для свободной частицы . . . . .	347
5.4.2.	Гауссов интеграл по путям для гармонического осциллятора . . . . .	351
5.5.	Регуляризованные детерминанты дифф. операторов . . . . .	357
5.5.1.	Граничные условия Дирихле . . . . .	357
5.5.2.	Периодические граничные условия . . . . .	365
5.5.3.	Дифференциальные операторы первого порядка . . . . .	370
5.6.	Квазиклассическая асимптотика – II . . . . .	373
5.6.1.	Использование фейнмановского интеграла по путям . . . . .	373
5.6.2.	Строгий вывод . . . . .	375
5.7.	Замечания и ссылки . . . . .	379
<b>ГЛАВА 6.</b>	<b>Интегрирование в функциональных пространствах . . . . .</b>	<b>382</b>
6.1.	Гауссовы меры . . . . .	382
6.1.1.	Конечномерный случай . . . . .	382
6.1.2.	Бесконечномерный случай . . . . .	384
6.2.	Мера Винера и интеграл Винера . . . . .	387
6.2.1.	Определение меры Винера . . . . .	387
6.2.2.	Условная мера Винера и формула Фейнмана–Каца . . . . .	392
6.2.3.	Соотношение между интегралами Винера и Фейнмана . . . . .	395
6.3.	Гауссовы интегралы Винера . . . . .	397
6.3.1.	Граничные условия Дирихле . . . . .	398
6.3.2.	Периодические граничные условия . . . . .	400
6.4.	Замечания и ссылки . . . . .	404
<b>ГЛАВА 7.</b>	<b>Фермионные системы . . . . .</b>	<b>405</b>
7.1.	Канонические антикоммутиационные соотношения . . . . .	405
7.1.1.	Мотивировка . . . . .	405
7.1.2.	Алгебры Клиффорда . . . . .	410
7.2.	Алгебры Грассмана . . . . .	414
7.2.1.	Реализация канонических антикоммутиационных соотношений . . . . .	415
7.2.2.	Дифференциальные формы . . . . .	417
7.2.3.	Интеграл Березина . . . . .	420
7.3.	Градуированная линейная алгебра . . . . .	426

7.3.1. Градуированные векторные пространства и супералгебры . . . . .	426
7.3.2. Примеры супералгебр . . . . .	429
7.3.3. Суперслед и березиниан . . . . .	431
7.4. Интегралы по путям для антикоммутирующих переменных . . . . .	434
7.4.1. Виковские и матричные символы . . . . .	434
7.4.2. Интеграл по путям для оператора эволюции . . . . .	440
7.4.3. Гауссовы интегралы по путям в грассмановых переменных . . . . .	443
7.5. Замечания и ссылки . . . . .	447
<b>ГЛАВА 8. Суперсимметрия . . . . .</b>	<b>449</b>
8.1. Супермногообразия . . . . .	449
8.2. Эквивариантные когомологии и локализация . . . . .	452
8.2.1. Конечномерный случай . . . . .	452
8.2.2. Бесконечномерный случай . . . . .	456
8.3. Классическая механика на супермногообразиях . . . . .	463
8.3.1. Функции с антикоммутирующими значениями . . . . .	463
8.3.2. Классические системы . . . . .	466
8.4. Суперсимметрия . . . . .	469
8.4.1. Полный угловой момент . . . . .	469
8.4.2. Преобразование суперсимметрии . . . . .	470
8.4.3. Суперсимметричная частица на римановом многообразии . . . . .	473
8.5. Квантовая механика на супермногообразиях . . . . .	475
8.6. Формула Атьи – Зингера для индекса . . . . .	481
8.7. Замечания и ссылки . . . . .	483
<b>Литература . . . . .</b>	<b>485</b>