

# Оглавление

<b>Введение</b> .....	<b>12</b>
Литература .....	18
<b>Глава 1. Схема «КАБАРЕ» для простейших уравнений гиперболического типа</b> ....	<b>19</b>
Введение .....	19
1.1. Схема «КАБАРЕ» для простейшего линейного одномерного скалярного уравнения переноса .....	22
1.1.1. Простейшее уравнение переноса .....	22
1.1.2. Связь схемы «КАБАРЕ» со схемой Upwind LeapFrog (схема Айзерлиса) ....	24
1.1.3. Каналы высокой точности схемы «КАБАРЕ» .....	25
1.1.4. Законы сохранения .....	26
1.1.5. Квадратичные законы сохранения и достаточные условия устойчивости ....	27
1.1.6. Диссипативные и дисперсионные свойства схемы «КАБАРЕ» .....	30
1.1.7. Групповая скорость переноса возмущений в схеме «КАБАРЕ» .....	37
1.1.8. Управление диссипативными и дисперсионными свойствами схемы «КАБАРЕ» .....	38
1.1.9. Нелинейная коррекция схемы «КАБАРЕ» .....	40
1.1.10. Схема «КАБАРЕ» для уравнения конвекции – диффузии .....	42
1.1.11. Примеры тестовых расчетов. Линейный перенос в случае разрывной и непрерывной функции начального распределения .....	45
1.1.12. Обобщение схемы «КАБАРЕ» на случай дивергентной формы представления линейного уравнения переноса .....	47
1.1.13. Некоторые комментарии .....	50
1.2. Обобщение схемы «КАБАРЕ» на одномерные скалярные квазилинейные законы сохранения гиперболического типа .....	51
1.2.1. Базовый алгоритм .....	51
1.2.2. Проблема переключения потоков в схеме «КАБАРЕ» .....	53
1.2.3. Обобщение схемы «КАБАРЕ» на случай нелинейных потоков .....	53
1.2.4. Частная задача Римана для уравнения с выпуклыми потоками .....	55
1.2.5. Форма представления оператора Римана, не опирающаяся на свойство дифференцируемости функции потока .....	57
1.2.6. Процедура согласования начальных значений консервативных и потоковых переменных и оператор переключения потоковых переменных .....	57
1.2.7. Невыпуклые функции потоков. Принцип минимума парциальной локальной вариации .....	58
1.2.8. Одномерные квазилинейные уравнения с произвольными потоками .....	59
1.2.9. Примеры тестовых расчетов .....	60
1.2.10. Некоторые комментарии .....	64
1.3. Метод «КАБАРЕ» для простейшей системы квазилинейных гиперболических уравнений .....	65
1.3.1. Простейшая система нелинейных гиперболических уравнений (Р-система) ..	65
1.3.2. Характеристическая форма представления Р-системы. Волны разрежения ..	66
1.3.3. Схема «КАБАРЕ» для расчета волн разрежения Р-системы	
Ориентация на характеристическую форму записи .....	67
1.3.4. Схема «КАБАРЕ» с монотонизатором .....	69
1.3.5. Консервативный вариант схемы «КАБАРЕ» .....	70
1.3.6. Сравнение со схемой «крест» .....	71
1.3.7. Законы сохранения и разрывные решения Р-системы .....	73
1.3.8. Тестовые задачи и эмпирическое исследование скорости сходимости .....	76

1.3.9. Схема «КАБАРЕ» для одномерных уравнений политропного газа в эйлеровых переменных .....	82
1.3.10. Примеры расчетов волн разрежения .....	87
1.3.11. Законы сохранения и разрывные решения для системы уравнений политропного газа в эйлеровых переменных .....	90
1.3.12. Задача о распаде произвольного разрыва .....	93
1.3.13. Примеры тестовых расчетов и эмпирическое исследование сходимости .....	94
Заключение к главе 1 .....	97
Литература к главе 1 .....	98
<b>Глава 2. Численное моделирование затухания однородной турбулентности в одномерном случае .....</b>	<b>101</b>
Введение .....	101
2.1. Разностные схемы .....	103
2.1.1. Схема «КАБАРЕ» .....	103
2.1.2. Схема Лакса – Вендроффа .....	106
2.1.3. Схема «Крест» .....	107
2.1.4. Схема Аракавы .....	108
2.1.5. Схема Годунова .....	109
2.2. Примеры расчетов .....	110
2.3. Спектры энергии для различных разностных схем .....	113
2.4. Структурные функции .....	117
Заключение к главе 2 .....	119
Литература к главе 2 .....	120
<b>Глава 3. Схема «КАБАРЕ» для одномерных уравнений газовой динамики .....</b>	<b>122</b>
3.1. Схема «КАБАРЕ» для одномерных уравнений газовой динамики в лагранжевых переменных .....	122
3.1.1. Базовый алгоритм .....	122
3.1.2. Нелинейная коррекция потоков .....	126
3.1.3. Управляемая схемная диссипация .....	127
3.1.4. Сильная ударная волна в лагранжевых переменных .....	131
3.1.5. Сильная волна разрежения в лагранжевых переменных .....	132
3.1.6. Модельные задачи .....	133
3.1.7. Комментарии .....	142
3.2. Одномерные уравнения газовой динамики в эйлеровых переменных .....	143
3.2.1. Описание балансно-характеристического алгоритма .....	144
3.2.2. Свойства балансно-характеристического алгоритма .....	152
3.2.3. Примеры расчетов .....	157
3.2.4. Исследование точности балансно-характеристического алгоритма на модельных задачах .....	161
Заключение к главе 3 .....	166
Литература к главе 3 .....	168
<b>Глава 4. Обобщение схемы «КАБАРЕ» на двумерные ортогональные расчетные сетки .....</b>	<b>169</b>
4.1. Консервативная и характеристическая формы представления исходных уравнений .....	169
4.2. Инварианты Римана для баротропных течений .....	173
4.3. Расчетные сетки и дискретизация физических величин .....	176

4.4. Консервативная разностная схема второго порядка аппроксимации .....	177
4.5. Вычисление промежуточных значений консервативных переменных .....	178
4.6. Локальные инварианты и их перенос в пределах одной ячейки расчетной сетки .....	180
4.7. Вычисление новых значений потоковых переменных на сеточном множестве $\mathcal{H}_{\sigma_x}$ .....	186
4.8. Звуковые точки .....	188
4.9. Вычисление новых значений потоковых переменных на сеточном множестве $\mathcal{H}_{\sigma_y}$ .....	191
4.10. Граничные условия .....	196
4.11. Вычисление новых значений консервативных переменных .....	202
4.12. Условия вычислительной устойчивости и вычисление величины шага по времени .....	202
4.13. Примеры тестовых расчетов .....	203
4.14. Рассеяние плоской звуковой волны на гладком вихре постоянной циркуляции .....	214
4.14.1. Случай средних акустических волн, $1 = 2,5L$ .....	214
4.14.2. Случай коротких акустических волн, $1 = 0,036L$ .....	216
4.15. Учет вязкости .....	219
4.16. Прямое моделирование взаимодействия вихревых пар .....	226
4.16.1. Постановка задачи .....	226
4.16.2. Результаты численных расчетов .....	228
4.17. Приближение слабой сжимаемости .....	233
4.18. Перенос пассивной примеси .....	240
4.19. Обобщение схемы «КАБАРЕ» на случай несжимаемой жидкости .....	247
4.20. Примеры тестовых расчетов .....	254
Заключение к гл. 4 .....	257
Литература к главе 4 .....	258
<b>Глава 5. Моделирование затухания однородной изотропной турбулентности по схеме «КАБАРЕ» в двумерной и трехмерной несжимаемой жидкости .....</b>	<b>260</b>
Введение .....	260
5.1. Моделирование двумерных турбулентных течений по схеме «КАБАРЕ» .....	263
5.1.1. Уравнения движения .....	264
5.1.2. Численный алгоритм .....	265
5.1.3. Примеры расчетов .....	275
5.2. Моделирование трехмерных турбулентных течений по схеме «КАБАРЕ» .....	288
5.2.1. Постановка задачи .....	288
5.2.2. Численный алгоритм .....	288
5.2.3. Общие замечания по алгоритму .....	291
5.2.4. Примеры расчетов .....	291
Заключение к главе 5 .....	304
Литература к главе 5 .....	305
<b>Глава 6. Прямое моделирование термоконвективных течений в замкнутых двумерных и трехмерных областях .....</b>	<b>308</b>
Введение .....	308
6.1. Схема «КАБАРЕ» для моделирования тепловой конвекции несжимаемой жидкости в двумерном случае .....	310

6.1.1. Математическая модель.....	310
6.1.2. Дискретизация задачи.....	313
6.1.3. Граничные условия .....	319
6.2. Верификация двумерной схемы «КАБАРЕ» при различных числах Рэлея.....	320
6.2.1. Задача Дэвиса. Течение в квадратной области .....	320
6.2.2. Ламинарный двумерный тест ERCOFTAC.....	327
6.2.3. Вертикальный слой в турбулентном режиме .....	330
6.2.4. Горизонтальный слой в турбулентном режиме .....	331
6.3. Схема «КАБАРЕ» для моделирования тепловой конвекции несжимаемой жидкости в трехмерном случае .....	332
6.3.1. Математическая модель.....	332
6.3.2. Дискретизация задачи.....	335
6.4. Верификация трехмерной схемы «КАБАРЕ» при различных числах Рэлея.....	340
6.4.1. Задача Дэвиса. Течение в кубической области.....	340
6.4.2. Трехмерный турбулентный тест ERCOFTAC.....	342
6.4.3. Тепловая конвекция в замкнутой области в форме параллелепипеда с соотношением сторон 1:4 .....	349
Заключение к главе 6.....	353
Литература к главе 6.....	354
<b>Глава 7. Схема «КАБАРЕ» для уравнений газовой динамики на четырехугольных криволинейных расчетных сетках в случае двух пространственных измерений ....</b>	<b>356</b>
Введение .....	356
7.1. Уравнения Эйлера в криволинейных координатах .....	357
7.2. Разностная аппроксимация законов сохранения .....	361
7.3. Вычисление потоковых переменных на новом временном слое .....	367
7.3.1. Процедура линейной экстраполяции локальных инвариантов .....	370
7.3.2. Процедура нелинейной коррекции потоковых переменных на основе принципа максимума.....	371
7.3.3. Процедура селекции локальных инвариантов и вычисления новых потоковых переменных.....	372
7.4. Учет вязкости .....	375
7.5. Реализация граничных условий .....	382
7.6. Вопросы аппроксимации .....	384
7.7. Условия устойчивости. Выбор шага интегрирования по времени .....	385
7.8. Примеры тестовых расчетов .....	386
7.8.1. Задача об обтекании цилиндра потенциальным слабосжимаемым потоком газа .....	386
7.8.2. Дифракция акустического импульса на цилиндре в покоящейся однородной среде .....	387
Заключение к главе 7.....	388
Литература к главе 7.....	389
<b>Глава 8. Схема «КАБАРЕ» для трехмерных нестационарных задач газовой динамики на косоугольных гексагональных сетках .....</b>	<b>390</b>
8.1. Уравнения Эйлера в криволинейной системе координат .....	390
8.1.1. Исходные представления уравнений газовой динамики.....	390
8.1.2. Криволинейная система координат .....	391
8.1.3. Якобианы и их основные свойства.....	393

8.1.4. Дивергентное представление якобианов .....	395
8.1.5. Основные законы сохранения в криволинейных координатах .....	396
8.1.6. Перевод в криволинейные координаты «простой формы» уравнений газовой динамики .....	397
8.1.7. Приведение к локально - одномерному характеристическому виду системы уравнений газовой динамики в криволинейных координатах .....	403
8.1.8. Локально-одномерные характеристические представления уравнений газовой динамики в криволинейных координатах .....	409
8.1.9. Консервативная запись уравнений Эйлера в криволинейных координатах ..	412
8.2. Схема «КАБАРЕ» для трехмерных нестационарных задач газовой динамики на криволинейных гексагональных сетках .....	414
8.2.1. Аппроксимация геометрических характеристик на структурированных гексагональных косоугольных сетках .....	414
8.2.2. Дивергентное симметризованное определение объема расчетной косоугольной шестигранной ячейки .....	418
8.2.3. Аппроксимация консервативного представления уравнения Эйлера в криволинейных координатах .....	419
8.2.4. Первый блок разностных уравнений схемы «КАБАРЕ» .....	419
8.2.5. Второй блок разностных уравнений схемы «КАБАРЕ» .....	421
8.2.5.1. Дискретизация геометрических факторов .....	421
8.2.5.2. Определение локальных римановых инвариантов .....	424
8.2.5.3. Вычисление новых потоковых переменных на новом временном слое ..	428
8.2.5.4. Дозвуковые течения .....	433
8.2.5.5. Сверхзвуковые течения .....	439
8.2.5.6. Полное число возможных вариантов. Особые точки .....	440
8.2.5.7. Торможение сверхзвукового потока дозвуковым .....	441
8.2.5.8. Звуковые точки .....	442
8.2.5.9. Столкновение и разлет сверхзвуковых течений .....	442
8.2.6. Третий блок разностных уравнений схемы «КАБАРЕ» .....	442
8.3. Расчет высокоскоростной турбулентной струи, истекающей из конического сопла .....	444
8.3.1. Постановка задачи и примеры расчетов в литературе .....	444
8.3.2. Результаты расчетов по методу «КАБАРЕ» .....	448
8.3.3. Пример акустического постпроцессинга: дальнее поле .....	456
8.3.4. Результаты использования метода ФВ – X без учета внешнего квадруполья для струи JEAN .....	461
Заключение к главе 8 .....	462
Литература к главе 8 .....	462
<b>Заключение</b> .....	<b>464</b>