

Оглавление

Введение	5
1. Голоморфные функции	9
1.1. Комплексная производная	9
1.2. Дифференциал комплексной функции	10
1.3. Голоморфность	12
1.4. Комплексное интегрирование	13
1.5. Теорема Коши	15
1.6. Первообразная	16
1.7. Интегральная формула Коши	18
1.8. Разложение в ряд Тейлора	20
1.9. Критерий голоморфности	22
1.10. Теорема Вейерштрасса	23
2. Мероморфные функции	24
2.1. Функции, голоморфные в кольце. Ряды Лорана	24
2.2. Изолированные особые точки	25
2.3. Вычеты и интегралы в смысле главного значения	27
2.4. Принцип аргумента	30
2.5. Топологические свойства мероморфных функций	31
3. Теорема Римана	33
3.1. Непрерывные функционалы на компактных семействах функций	33
3.2. Теорема Гурвица и однолистные функции	35
3.3. Аналитическое продолжение	36
3.4. Теорема Римана	37
3.5. Автоморфизмы односвязных областей	39
3.6. Соответствие границ	40
4. Гармонические функции	41
4.1. Голоморфные и гармонические функции	41
4.2. Интегральные формулы для гармонической функции	42
4.3. Функция Грина	44
4.4. Задача Дирихле	45
5. Римановы поверхности и их модули	48
5.1. Римановы поверхности	48
5.2. Римановы поверхности аналитических функций	49
5.3. Униформизация	50
5.4. Модули компактных римановых поверхностей рода 1	52
5.5. Автоморфизмы верхней полуплоскости	52
5.6. Типы римановых поверхностей	54
5.7. Последовательные наборы автоморфизмов	55

5.8. Геометрия фуксовых групп	59
5.9. Последовательные наборы типов $(0, 3, 0)$, $(0, 2, 1)$ и $(0, 1, 2)$	63
5.10. Последовательные наборы типа $(1, 1, 0)$	66
5.11. Пространство типа Фрике—Клейна—Тейхмюллера	68
5.12. Пространство модулей $M_{g,k,m}$	69
6. Компактные римановы поверхности	72
6.1. Формула Римана—Гурвица	72
6.2. Мероморфные функции и дифференциалы	74
6.3. Плоские алгебраические кривые	75
6.4. Поле алгебраических функций	77
6.5. Периоды голоморфных дифференциалов	81
6.6. Билинейные соотношения Римана	84
7. Теорема Римана—Роха и η-функции	86
7.1. Дивизоры	86
7.2. Теорема Римана—Роха	87
7.3. Точки Вейерштрасса	91
7.4. Абелевы торы и η -функции	93
7.5. Теорема Абеля	97
7.6. Задача обращения Якоби	100
8. Интегрируемые системы	105
8.1. Формальные экспоненты	105
8.2. Иерархия КП	108
8.3. Иерархия n -КдФ	111
8.4. Функции Бейкера—Ахиезера	112
8.5. Нормированные функции Бейкера—Ахиезера	115
8.6. Алгебро-геометрические решения уравнений КП и n -КдФ	118
9. Формула для конформного отображения произвольной области с гладкой границей в единичный круг	120
9.1. Пространство односвязных областей	120
9.2. Конформные отображения и интегрируемые системы	122
9.3. Формальные решения бездисперсионной иерархии 2D Toda	125
9.4. Доказательство теоремы о симметричных решениях	127
9.5. Эффективизация теоремы Римана	132
Библиографический список	134
Предметный указатель	136