ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Курс вычислительной математики является одним из основных в рамках базового образования для студентов-физиков. Причина такого внимания состоит в том, что огромное многообразие физических явлений описывается схожими, а зачастую и одинаковыми математическими моделями. Появление возможности быстрого поиска их приближенных решений дало огромный толчок в развитии естественных наук, и в первую очередь физики. Многие считавшиеся труднорешаемыми задачи теперь являются рутинной операцией. Более того, усовершенствование компьютерной техники и численных методов послужило одной из причин бурного развития многих областей нелинейной физики: стохастики, солитоники, теории коллапсов, турбулентности и много другого.

В настоящее время есть множество книг по вычислительной математике и численным методам. Однако большинство из них написано многие десятилетия назад. Соответственно, классические методы вычислительной математики уже реализованы в значительном числе свободных и проприетарных библиотек функций. Их повторная программная реализация имеет смысл только для очень простых алгоритмов вычислений, а в большинстве случаев целесообразно использовать уже оптимизированные библиотечные функции для более сложных алгоритмов решения задач линейной алгебры, быстрого преобразования Фурье, решения многомерных систем нелинейных уравнений, задач оптимизации (нахождения минимума) функции многих переменных и других.

В данной книге основной упор сделан на изложение идейной части, на определения вычислительной сложности, устойчивости и применимости того или иного алгоритма, на особенности их использования в нестандартных задачах, оставляя строгое обоснование и оптимизацию на долю классических книг по вычислитель-

ной математике. Кроме того, в книге изложены довольно современные методы решения дифференциальных уравнений, которые появились в последние 20–30 лет и попросту не успели войти в классические учебники. В первую очередь к таким методам относятся метод операторной экспоненты (разд. 12.5), методы регуляризации дифференциальных уравнений (разд. 11.6) и явные методы решения уравнений в частных производных (разд. 12.9), допускающие эффективное распараллеливание даже в вычислительных системах с распределенной памятью (компьютерных кластерах). Наконец, в книгу включены отдельные методы вычислительной геометрии (разд. 6.6), позволяющие элегантно решать ряд задач интерполяции.

Книга состоит из 14 глав, которые условно можно разбить на три крупных блока: методы решения систем линейных и нелинейных уравнений (главы 2–5), методы аппроксимации функций и операторов (главы 6–10), методы решения дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений (главы 11–14). В приложениях рассмотрены вспомогательные вопросы о генерации псевдослучайных чисел и элементах статистической обработки данных. Каждую из глав книги можно читать независимо. Однако в последующих главах используются классические методы, представленные ранее и доступные в целом ряде программных пакетов и библиотек.

Большинство представленных численных методов можно условно разбить на две большие группы: сеточные и вариационные. Сеточные методы основаны на замене непрерывной функции ее дискретным аналогом, определенным в конечном числе точек координат. Это позволяет построить интерполяционную формулу и заменить точные производные на производные этой формулы при построении численной схемы решения. Различные варианты сеточных методов представлены в главах 6, 8–14. Вариационные методы, наоборот, основаны на приближении решения заданной функцией, зависящей от небольшого числа параметров (часто порядка 10). Цель вариационных методов состоит в поиске оптимальных параметров, минимизирующих ошибку аппроксимации решения. Основным недостатком вариационных методов является сложность выбора подходящей аппроксимирующей функции, так как именно ее свойства будут определять вид получившегося приближенного решения. Поэтому вариационные методы в основном используют при поиске решений более трудоемких задач (главы 7, 13 и 14), в которых классические сеточные методы слишком медленны.

Автор благодарен Н. Н. Кралиной и И. А. Кокориной за внимательное прочтение книги и помощь в ее оформлении. Все рисунки рассчитаны и построены с помощью пакета программ MathGL.