

Содержание

Предисловие	3
Глава 1. Кинематика ограниченных наблюдаемых	5
1.1. Наблюдаемая и состояние	5
1.2. Определение гильбертова пространства	5
1.3. Примеры гильбертовых пространств	8
1.4. Базис гильбертова пространства	10
1.5. Определение и примеры операторов	12
1.6. Кинематические постулаты	15
1.7. Определение сопряженного пространства	17
1.8. Матричное представление оператора	20
1.9. Унитарно эквивалентные операторы	22
1.10. Задача на собственные значения	23
Глава 2. Кинематика неограниченных наблюдаемых	26
2.1. Недостаточность гильбертова пространства	26
2.2. Пространства основных функций	27
2.3. Пространства обобщенных функций	30
2.4. Действия над обобщенными функциями	32
2.5. Оснащенное гильбертово пространство	34
2.6. Координатное представление	35
2.7. Собственные векторы операторов Q и P	37
2.8. Унитарная эквивалентность представлений	39
2.9. Икс-представление	40
2.10. Разложение оператора по кет-бра операторам	41
2.11. Смешанное qr -представление операторов	43
Глава 3. Кинематика и математические структуры	44
3.1. Математические структуры	44
3.2. Алгебраические структуры	46
3.3. Примеры алгебраических структур	48

3.4. Эндоморфизм алгебраической структуры	55
3.5. Математические структуры в физике	56
3.6. Математические структуры в кинематике	57
3.7. Кинематические постулаты	58
Глава 4. Кинематика пространств наблюдаемых	61
4.1. Пространство ограниченных операторов	61
4.2. Пространство конечномерных операторов	62
4.3. Пространство вполне непрерывных операторов	63
4.4. Пространство ядерных операторов	65
4.5. Пространство операторов Гильберта-Шмидта	66
4.6. Свойства операторов из $\mathcal{K}^1(\mathcal{H})$ и $\mathcal{K}^2(\mathcal{H})$	68
4.7. Множество операторов плотности	69
4.8. Пространство Лиувилля	71
4.9. Корреляционные функции	72
4.10. Базисы в операторном пространстве Лиувилля	74
Глава 5. Кинематика алгебр наблюдаемых	78
5.1. Линейная алгебра	78
5.2. Ассоциативные, лиевы и йордановы алгебры	79
5.3. Связь неассоциативных и ассоциативных алгебр	80
5.4. Инволютивные и банаховы алгебры	82
5.5. C^* -алгебра	84
5.6. Алгебра фон Неймана (W^* -алгебра)	86
5.7. Алгебра Гильберта	89
Глава 6. Квантование в кинематике	90
6.1. Пуассоновы и симплектические структуры	90
6.2. Классические наблюдаемые	93
6.3. Классические состояния	94
6.4. Определение квантования по Дираку	97
6.5. Свойства квантования	98
6.6. Состояние как функционал на алгебре	102
6.7. Состояние на C^* -алгебре	104
6.8. Представления C^* -алгебры и состояния	108
6.9. Конструкция Гельфанда-Наймарка-Сигала	109
6.10. Состояние на алгебре фон Неймана	112
Глава 7. Квантование и символы операторов	114
7.1. Алгебра Гейзенберга	114
7.2. Система Вейля	116
7.3. Алгебра Вейля	119
7.4. Операторный базис Вейля	120
7.5. Дифференциальные операторы и символы	122

7.6.	Отображение квантования	126
7.7.	Связь символов и ядер операторов	128
7.8.	Символ оператора плотности	130
7.9.	Вейлевские символы и представление Вигнера	131
7.10.	Отображение, обратное квантованию	133
Глава 8.	Спектральные методы	134
8.1.	Спектр оператора	134
8.2.	Резольвента и ее свойства	136
8.3.	Спектр ограниченного оператора	137
8.4.	Спектр компактного оператора	138
8.5.	Неограниченные операторы	140
8.6.	Алгебра операторных функций	142
8.7.	Спектральный проектор	145
8.8.	Спектральное разложение элемента алгебры	145
8.9.	Симметрические и самосопряженные операторы	148
8.10.	Разложение единицы оператора	149
8.11.	Спектральная теорема	153
8.12.	Спектральный оператор через кет-бра оператор	155
8.13.	Кет-бра оператор через спектральный оператор	156
8.14.	Функции от самосопряженного оператора	158
Глава 9.	Спектральное представление наблюдаемых	160
9.1.	Коммутирующие и перестановочные операторы	160
9.2.	Обобщенная задача на собственные значения	162
9.3.	Классификация точек спектра	164
9.4.	Спектральное представление	165
9.5.	Полные системы коммутирующих наблюдаемых	167
9.6.	Операторы рождения и уничтожения	170
9.7.	Нормальное упорядочение	172
9.8.	Голоморфное представление	174
9.9.	Вероятностное пространство	177
Глава 10.	Динамика и супероператоры	181
10.1.	Динамическая структура	181
10.2.	Определения супероператоров	185
10.3.	Левые и правые супероператоры	187
10.4.	Алгебра супероператоров	190
10.5.	Функция от левого и правого супероператоров	194
10.6.	Обратная супероператорная функция	197
10.7.	Экспоненциальные супероператорные функции	198
Глава 11.	Динамика и супероператорные функции	200
11.1.	Супероператорная алгебра Гейзенберга	200

11.2.	Супероператорная система Вейля	201
11.3.	Алгебра супероператоров Вейля	203
11.4.	Супероператорные функции и упорядочение	204
11.5.	Дифференциальные супероператоры	206
11.6.	Гамильтоновы супероператорные функции	209
11.7.	Супероператорный полином	211
11.8.	Билинейные супероператоры	213
11.9.	Ядра супероператоров	213
11.10.	Примеры ядер супероператоров	215
11.11.	Условие гамильтоновости супероператора	217
11.12.	Однопараметрические операторы	219
11.13.	Однопараметрические супероператоры	220
11.14.	Интегралы Бохнера и Петтиса	221
Глава 12.	Динамика и полугруппы супероператоров	224
12.1.	Группы супероператоров	224
12.2.	Полугруппы супероператоров	225
12.3.	Производящий супероператор полугрупп	227
12.4.	Сжимающие полугруппы и ее генераторы	229
12.5.	Экспоненциальные и позитивные полугруппы	231
12.6.	Стационарные дифференциальные уравнения	232
12.7.	Корректная задача Коши	234
12.8.	Нестационарные дифференциальные уравнения	236
12.9.	Хронологическая экспонента	238
Глава 13.	Квантовые динамические полугруппы	242
13.1.	Динамические (положительные) полугруппы	242
13.2.	Динамика и полускалярное произведение	244
13.3.	Динамика и ортогональные проекторы	246
13.4.	Сопряженная динамическая полугруппа	247
13.5.	Квантовые динамические полугруппы	248
13.6.	Вполне положительные супероператоры	250
13.7.	Биположительные супероператоры	251
13.8.	Инфинитезимальные генераторы	252
13.9.	Супероператор Линдблада	255
13.10.	Пример уравнения Линдблада	257
Глава 14.	Квантование в динамике	260
14.1.	Введение в классическую динамику	260
14.2.	Консервативные и диссипативные системы	261
14.3.	Системы на симплектическом многообразии	263
14.4.	Системы на пуассоновом многообразии	264
14.5.	Характеристические свойства систем	266

14.6.	Картины Гамильтона и Лиувилля	267
14.7.	Квантовая гамильтонова система	270
14.8.	Решение уравнения Гейзенберга	272
14.9.	Эволюция как отображение	273
14.10.	Правило почленного дифференцирования	276
14.11.	Вспомогательные уравнения Гейзенберга	278
Глава 15.	Динамика состояния	280
15.1.	Эволюция нормированного оператора	280
15.2.	Эволюция состояния по Гейзенбергу	281
15.3.	Уравнение Гейзенберга для гамильтониана	282
15.4.	Средние значения наблюдаемых	284
15.5.	Сопряженный супероператор	285
15.6.	Динамическое представление Шредингера	287
15.7.	Эволюция состояния по Шредингеру	289
15.8.	Эволюция нормированного состояния плотности	291
15.9.	Эволюция состояния в икс-представлении	293
15.10.	Уравнение Шредингера	294
Глава 16.	Динамические методы	298
16.1.	Метод резольвенты	298
16.2.	Квантовые марковские уравнения	303
16.3.	Метод функций распределения Вигнера	304
16.4.	Частные случаи систем Линдблада	307
16.5.	Метод континуального интеграла	310
16.6.	Континуальный интеграл для систем Гамильтона	315
16.7.	Континуальный интеграл для систем Линдблада	316
Литература		319
Предметный указатель		320