

Оглавление

Предисловие	7
Глава 1. Введение	9
1.1. Исторический экскурс	9
1.2. Понятие и классификация динамических систем	10
1.2.1. Простейшие примеры задач динамики	12
1.3. Определение динамической системы	14
1.4. Устойчивость	16
1.4.1. Второй метод Ляпунова	16
1.4.2. Устойчивость по линейному приближению	18
1.4.3. Критерий Гурвица	19
Глава 2. Методы качественной теории и бифуркации двумерных динамических систем	21
2.1. Качественные методы двумерных динамических систем	21
2.1.1. Основные понятия	21
2.1.2. Особые траектории и ячейки динамических систем	22
2.1.3. Классификация простых состояний равновесия	23
2.1.4. Направления стремления фазовых кривых к простому состоянию равновесия	25
2.1.5. Сложные состояния равновесия	25
2.1.6. Предельные циклы	26
2.1.7. Индексы Пуанкаре	27
2.1.8. Поведение на бесконечности	28
2.1.9. Задачи	30
2.2. Бифуркации двумерных динамических систем	30
Глава 3. Консервативные интегрируемые системы	33
3.1. Системы с одной степенью свободы	33
3.1.1. Основные понятия и результаты	33
3.1.2. Теорема Лагранжа-Дирихле и обратная теорема Ляпунова	34
3.1.3. Построение решений систем с одной степенью свободы	35
3.1.4. Эллиптические интегралы	35

3.1.5.	Эллиптические функции	36
3.1.6.	Построение решений уравнения Дюффинга $\ddot{x} + \alpha x + \beta x^3 = 0$	37
3.1.7.	Построение решений уравнения $\ddot{x} + \sin x = 0$	39
3.2.	Приложение к задаче о стационарных волновых решениях в уравнении Кортевега - де Вриза (КДВ)	40
3.3.	Приложение к задаче Кеплера.	42
3.4.	Трехмерные консервативные системы	44
3.4.1.	Уравнения Эйлера движения асимметричного волчка	44
3.4.2.	Уравнения гидродинамического типа	48
3.4.3.	Уравнения динамики квантового генератора и система Лоренца	50
3.5.	Многомерные гамильтоновы системы	51
3.5.1.	Метод Якоби-Гамильтона	52
3.5.2.	Скобки Пуассона	53
3.5.3.	Теорема Лиувилля об интегрируемости систем Гамильтона	54
3.5.4.	Переменные действие-угол	55
3.5.5.	Условно-периодические движения. Пространственное и временное средние	57
3.5.6.	Гамильтоновы системы, близкие к интегрируемым	59
Глава 4.	Консервативные дискретные динамические системы	61
4.1.	Введение	61
4.2.	Общие свойства сохраняющих площадь отображений	62
4.3.	Интегрируемые отображения	64
4.4.	Отображение Эно	66
4.5.	Отображения цилиндра	67
4.5.1.	Отображение Чирикова	68
4.5.2.	Отображение Заславского	69
4.6.	Немонотонное отображение цилиндра	71
4.7.	Отображение Мира-Гумовского	72
4.8.	Сохраняющие объем отображения	73
Глава 5.	Неконсервативные автономные системы, близкие к интегрируемым	77
5.1.	Метод малого параметра Пуанкаре	77
5.2.	Метод усреднения	80
5.3.	Применение метода усреднения для квазилинейных уравнений	83
5.3.1.	Пример. Маятник Фроуда, "мягкий" и "жесткий" режимы возбуждения колебаний	85

5.4.	Метод усреднения для двумерных систем, близких к нелинейным гамильтоновым. Проблема предельных циклов	87
5.4.1.	Пример: уравнение Дюффинга-Ван дер Поля	89
Глава 6.	Другие автономные системы	93
6.1.	Разрывные колебания	93
6.1.1.	Пример: система Фитц Хью-Нагумо	94
6.2.	Нерегулярные колебания. Система Лоренца	96
6.3.	Метод точечных отображений на примере двумерных систем	98
Глава 7.	Периодические по времени возмущения	101
7.1.	Периодические по времени возмущения линейных систем	101
7.1.1.	Вынужденные колебания в линейной системе	101
7.1.2.	Вынужденные колебания в квазилинейной системе	102
7.1.3.	Пример 1, проясняющий роль нелинейности.	104
7.1.4.	Пример 2, проясняющий роль предельных циклов	105
7.2.	Параметрические системы	107
7.2.1.	Отображение за период	108
7.2.2.	Сильная устойчивость. Зоны неустойчивости	109
7.3.	Периодические по времени возмущения двумерных нелинейных гамильтоновых систем	111
7.3.1.	Разделение переменных на "быстрые" и "медленные".	111
7.3.2.	Вспомогательные системы. Резонансы	112
7.3.3.	Приведение системы в окрестностях индивидуальных резонансных уровней	113
7.3.4.	Возможные типы резонансных зон	115
7.3.5.	Пример	121
Глава 8.	Транзиторные системы	123
8.0.1.	Вспомогательные понятия	123
8.1.	Транзиторный сдвиг в задаче о флаттере	127
8.1.1.	Консервативный случай ($\varepsilon = 0$)	128
8.1.2.	Транзиторный сдвиг по координате	129
8.1.3.	Неконсервативный случай ($\varepsilon \neq 0$)	130
8.2.	Транзиторный сдвиг в маятниковых уравнениях	134
8.2.1.	Фазовые портреты	134
8.2.2.	Прошрое векторное поле	135
8.2.3.	Будущее векторное поле	136
8.3.	Влияние транзиторного сдвига на поведение решений	137
Литература		141